Universität Duisburg-Essen
Campus Duisburg

Fakultät für Betriebswirtschaftslehre

Masterarbeit (16-Wochen-Arbeit)
zur Erlangung des Grades eines
Masters of Science in Betriebswirtschaftslehre

über das Thema

Anwendung von Dynamic-Pricing-Methoden zur wirtschaftlichen Stärkung Groß- und Einzelhändler am Niederrhein

Eingereicht bei Prof. Dr. Jochen Gönsch

von Kai Alexander Winheller

aus Krefeld

3004452

Vorlagedatum: 16.09.2021

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis II

Abkürzungsverzeichnis IV

Abbildungsverzeichnis V

Tabellenverzeichnis VI

Symbolverzeichnis VII

1 Einleitung 1

2 Grundlagen des RM 2
2.1 Was ist Revenue Management? . . . 2
2.2 Geschichte des Revenue Managements . . . 2
2.3 Wann ist RM Anzuwenden? . . . 5
2.4 Die drei Dimensionen des RM . . . 6
2.5 Beispielinstanzen . . . 7
2.5.1 Beispiel 1 - WPC-Fachhändler . . . 7
2.5.2 Beispiel 2 - Erdbeerverkäufer . . . 7
2.6 Aggregierte Nachfragemodelle . . . 8
2.6.1 Logit-PAF . . . 11
2.6.2 Erlösfunktion und mehrdimensionale PAFs . . . 13
2.7 Verfahren der Nachfrageprognose . . . 15
2.7.1 Abschätzung der Modellparameter . . . 16
2.7.2 Methode der kleinsten Quadrate . . . 17
2.8 Prognoseverfahren . . . 18

3 Dynamic Pricing 24
3.1 Dynamische Preissetzung im Groß- und Einzelhandel . . . 25
3.1.1 Saisonale Güter . . . 25
3.1.2 Lebensmittel . . . 26
3.1.3 Online-Handel . . . 27
3.1.4 Zusammenfassung . . . 28
3.2 Dynamische Preissetzung bei einem Produkt . . . 28
3.2.1 Deterministische Nachfrage . . . 28
3.2.2 Lösungsansätze . . . 30
3.2.3 Diskretisierung der Preise . . . 31
3.3 Stochastische Preissetzung . . . 33
3.3.1 kontinuierliche Nachfrage . . . 33
3.3.2 Bernoulli-Modelle . . . 34

3.4 Dynamische Preissetzung bei mehreren Produkten . . . 35
3.5 Dynamische Preissetzung unter Konkurrenz . . . 36
3.6 Modellierung des Kundenverhaltens . . . 37
3.7 Dynamische Preissetzung mit begrenzten Nachfrageinformationen . . . 38
3.8 Aktionen und Angebote . . . 38
3.8.1 Aktionen im Einzelhandel . . . 39
3.8.2 Effekte von Aktionen . . . 40
3.9 Preisdifferenzierung . . . 41
3.9.1 Kundensegmentierung . . . 42
3.9.2 Setzen verschiedener Preise bei konstanter PAF . . . 43

4 Aktuelle Situation und Implementierung 45
4.1 Marktsituation nach COVID 19 . . . 45
4.2 Benötigte Hardware und Software für RM-Implementierungen . . . 46
4.2.1 Software und Infrastruktur . . . 46
4.2.2 Dynamic Pricing im Markt . . . 47

5 Erörterung ausgewählter DP-Algorithmen 49
5.1 Anwendungsbeispiel 1: Demand Learning . . . 49
5.1.1 Thompson-Sampling . . . 49
5.1.2 Demand Learning mit Thompson Sampling ohne Kapazitätsrestriktionen 52
5.1.3 Berücksichtigung von Kapazitätsrestriktionen . . . 53
5.1.4 Parametrisierung der Ergebnisse . . . 57
5.2 DP mit zeithomogener Nachfrage . . . 58
5.2.1 Mathematische Notation . . . 59
5.2.2 Lösungsverfahren . . . 62
5.2.3 Anwendung der Ergebnisse . . . 65
5.3 Markdown-Strategie . . . 67
5.3.1 Lösung unter deterministischer Nachfrage . . . 67
5.3.2 Anwendungsbeispiel 1: Erdbeerverkäuferin . . . 68
5.3.3 Anwendungsbeispiel 2: WPC-Möbelhändler . . . 70
5.3.4 Wann sollte eine Markdownstrategie angewandt werden? . . . 71
5.3.5 Einbeziehung stochastischer Nachfrage . . . 71
5.3.6 Anwendungsbeispiel: WPC-Händler . . . 74

6 Kritische Würdigung und Fazit 77

7 Anhang 78

Literaturverzeichnis 89

Abkürzungsverzeichnis

DP Dynamic Pricing

RM Revenue Management

PAF Preis-Absatz-Funktion

POS Point-of-Sale

GTIN Global Trade Item Number

EDI Electronic Data Interchange

ERP Enterprise Resource Planning

MDE mobiles Datenerfassungsgerät

FDP Forward Dynamic Programming

DO Dynamische Optimierung

Abbildungsverzeichnis

2.1 Grafische Darstellung der PAF: $d(p) = 300 - \frac{1}{4}x$ und der Preiselastizität. (Eigene Darstellung) . . . 11
2.2 Logit-PAF mit verschiedenen Parametern. (Eigene Darstellung) . . . 13
2.3 Beispielhafter Nachfragestrom mit saisonalem und trendförmigem Verlauf. (Eigene Darstellung) . . . 19
2.4 Schätzungen der zukünftigen Nachfragewerte $\hat{y}_{t+k}$. (Eigene Darstellung) . . . 23

3.1 Preisdifferenzierung bei drei Preisen und einer beispielhaften linearen PAF. (Eigene Darstellung) . . . 44

4.1 Skizze eines RM-Systems in Anlehnung an Talluri/van Ryzin (2004)[1] . . . 48

5.1 Vergleich der gefitteten PAFs und den approximierten Nachfrage-Preis-Kombinationen. (Eigene Darstellung) . . . 58
5.2 Erlösfunktion und konkave Hülle für die Beispielinstanz 1. (Eigene Darstellung) 59
5.3 Optimale Preiswechselzeitpunkte für alle Zeitpunkte t bei einer Einheit Restlagerbestand. (Eigene Darstellung) . . . 64
5.4 Bestandteile der Wertfunktion $\tilde{V}(t, n)$. (Eigene Darstellung) . . . 64
5.5 Wertfunktionen für das Beispiel der Erdbeerverkäuferin für bis zu 8 Einheiten. (Eigene Darstellung) . . . 65
5.6 Anwendung der Preispolitiken in der Praxis für n = 3 Resteinheiten. (Eigene Darstellung) . . . 66
5.7 FDP-Baumdiagramm zur Darstellung der Dimensionen für ein Produkt, drei Preise und $T = 3$. (Eigene Darstellung) . . . 69
5.8 Optimaler Preis bei $t = 5$ (5 Restperioden) in Abhängigkeit vom Restbestand I. (Eigene Darstellung) . . . 75

7.1 Entwicklung der Verteilungsfunktion des Parameters λ. . . . 80
7.2 Skizzierung eines homogenen Poissonprozesses (Eigene Darstellung) . . . 83
7.3 Screenshot der Thompson.mlapp (Eigene Darstellung) . . . 87
7.4 Screenshot der Markdown.mlapp (Eigene Darstellung) . . . 88

[1] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 597.

Tabellenverzeichnis

3.1 Maximum-Konkave-Hülle des Beispiel 1 in einer Periode 33

5.1 Vergleich der deterministischen (optimalen) Lösung mit dem Algorithmus unter einer linearen PAF 56
5.2 Vergleich der deterministischen (optimalen) Lösung mit dem Algorithmus unter einer Logit-PAF 57
5.3 Markdownalgorithmus-Ergebnisse unter deterministischer Nachfrage für Beispiel 1 und $T = 10$ Perioden. 70
5.4 Markdown-Algorithmus-Ergebnisse unter stochastischer Nachfrage für Beispiel 1 und $T = 10$ Perioden. 74

7.1 Vergleich der deterministischen (optimalen) Lösung mit dem Algorithmus mit einem Zeithorizont von $T = 50$ Perioden und einer linearen PAF. 81
7.2 Vergleich der deterministischen (optimalen) Lösung mit dem Algorithmus mit einem Zeithorizont von $T = 10$ Perioden und einer linearen PAF. 81
7.3 Vergleich der deterministischen (optimalen) Lösung mit dem Algorithmus mit einem Zeithorizont von $T = 50$ Perioden und einer Logit-PAF. 81
7.4 Vergleich der deterministischen (optimalen) Lösung mit dem Algorithmus mit einem Zeithorizont von $T = 10$ Perioden und einer Logit-PAF. 82
7.5 Auswertung des dekompositorischen Nachfragealgorithmus aus Sektion (2.8). . 84

Symbolverzeichnis

Grundlegende Symbole

t	Zeitindex (meist diskrete Perioden).
T	Anzahl der Perioden im Betrachtungszeitraum.
$\mathcal{T}$	Menge der Perioden $\{1, ..., T\}$.
p	Preis.
d	Deterministische Nachfrage (meistens als Funktion des Preises).
D	Stochastische Nachfrage (meistens als Funktion des Preises).
r	Erlös (meist als Funktion des Preises).
Ω_p	Menge oder Definitionsbereich der Preise p.
Ω_d	Menge oder Definitionsbereich der Nachfrage d.
$F(\cdot)$	Verteilungsfunktion.
$F(\cdot)^{-1}$	Inverse Verteilungsfunktion.
$E[\cdot]$	Erwartungswert.
$P(\cdot)$	Wahrscheinlichkeit, dass eine logische Aussage wahr ist.
$1_{[\cdot]}$	Indikatorfunktion.
ξ	Schätzfehler (auch als Vektor).
$\hat{x}$	Schätzer für x.
x^*	Optimaler Wert für die Variable oder den Vektor x.

Aggregierte Nachfragemodellierung

w	Zahlungsbereitschaft der Kunden (meist als Funktion des Preises).
N	Größe der Kundenpopulation.
η	(Kreuz-)Preiselastizität.
W	Verteilungsfunktion der Zahlungsbereitschaft.
V	deterministische Nutzenfunktion eines Produktes.
C	Kosten (auch als Funktion der Nachfrage).
G	Gewinn (auch als Funktion der Nachfrage).
Υ	Menge von Produkten (inklusive der Nicht-Kauf-Alternative).

Regressionsanalyse

$\vec{y}$	Vektor unabhängiger Zufallsvariablen.
$\vec{\beta}$	Vektor mit Gewichtungen.
Z	Abhängige Zufallsvariable.
$\vec{Z}$	Vektor abhängiger Zufallsvariablen.
Φ	Verteilungsfunktion der Standard-Normalverteilung.
K	Stichprobengröße.
M	Anzahl der Eigenschaften, auf die bei der Regressionsanalyse getestet wird.

Y K x M Matrix der beobachteten Eigenschaften der Stichprobe.

Nachfrageprognose

$y(t)$ Ausprägung der Nachfrage in Periode t.
A_t Level-Komponente der Nachfrage zum Zeitpunkt t.
T_t Trend-Komponente der Nachfrage zum Zeitpunkt t.
S_t Saison-Komponente der Nachfrage zum Zeitpunkt t.
α Glättungsparameter.
β Glättungsparameter.
$ta_{t,m}$ Glatte Komponente der Periode t und Saisonindex m(Level und Trend).
M Anzahl der saisonalen Phasen jedes Zyklus.
$si_{t,m}$ Saisonfaktor für Periode t und Saisonindex m.
s_m Durchschnittlicher Saisonfaktor des Saisonindex m.

Dynamic Pricing Grundlagen

C Gesamtkapazität.
π Lagrangefunktion-Multiplikator.
ζ Schrittweite des Algorithmus in Untersektion (3.2.2).
$V(\cdot)$ Wertfunktion.
$\alpha_i(t)$ Gewichtung der Preise.
$J(r)$ Partielle Ableitung der Erlösfunktion $\frac{\partial}{\partial d}r(d)$.
p Vektor mit Preisen p_i.
d Vektor der Nachfragemengen zu den Preisen p_i.

Demand Learning

$n_{i,t}$ inverser Skalenparameter der Gamma-Verteilung für Produkt i in Periode t.
$c_{i,t}$ Formparameter der Gamma-Verteilung für Produkt i in Periode t.
$\tilde{D}(t, p_i)$ $Gamma_{c_{i,t},n_{i,t}}$-verteilte Zufallsfvariable der Nachfrage unter Preis $p_i i$ in Periode t.
$\tilde{R}(t, p_i)$ Erwarteter Erlös unter Preis p_i und Nachfrage $\tilde{D}(t, p_i)$.
$\hat{D}(t, p_i)$ Tatsächlich beobachtete Nachfrage unter Preis p_i in Periode t.
$\hat{R}(t, p_i)$ Tatsächlich beobachteter Erlös unter Preis p_i in Periode t.
$\bar{D}(t, p_i)$ Durchschnittliche beobachtete Nachfrage unter Preis p_i bis Periode t.
$\bar{R}(t, p_i)$ Durchschnittlicher beobachteter Erlös unter Preis p_i bis Periode t.
θ OLS-Schätzparameter.
$X(p_i)$ Mit Hilfe der OLS-Methode geschätzer Nachfragewert unter Preis p_i.
C Kapazitätsgrenze im gesamten Betrachtungszeitraum.
c Kapazitätsgrenze in einer Periode.
L Anzahl aller zu berücksichtigen Preise.
$P^*_{C,P}$ Vektor aus den optimalen Gewichtungen für das lineare Programm in Untersektion (5.1.3) unter einer Kapazitätsrestriktion von C und T Perioden.

$R^*_{C,P}$ optimaler Erlös für das lineare Programm in Untersektion (5.1.3) unter einer Kapazitätsrestriktion von C und T Perioden.

$\mathcal{E}$ Menge aller Nachfragefunktionen, auf die eine Regressionsanalyse durchgeführt wird.

Preissetzung bei zeitkontinuierlicher Nachfrage aber finitem Zeithorizont

$V(t, n)$ Wert von n Resteinheiten zu Zeitpunkt t.

K Anzahl der zu betrachtenden Preise.

p_i Preis $p_i | i \in \{1, ..., K\}$.

λ_i Nachfrageintensität unter Preis p_i.

M Anfangsbestand der Produkte.

$N_i(t)$ Anzahl der Kunden, welche zu Preis p_i von Zeitpunkt 0 bis Zeitpunkt t das Produkt kaufen. (Poisson-verteilte Zufallsvariable)

X_k Exponentialverteilte Zwischenankunftszeit des k-ten Kunden

z^i_n Wechselzeitpunkt von Preis p_{i+1} auf p_i bei n Einheiten Restbestand.

$S_i(t)$ Binärvariable, die 1 ist, wenn Preis p_i zu Zeitpunkt t verwendet wird und 0 sonst.

u Menge der Vektor mit Binärvariablen $S_i(t) \; \forall \; i = \{1, ..., K\}$, der zu jedem Zeitpunkt t genau einen Preis vorgibt (nichtantizipierende Preispolitik).

$\tilde{V}(t, n)$ erwarteter Erlösverlust in einer Periode bei einem Preiswechsel von Preis p_{i-1} auf Preis p_i.

$\zeta_{i-1,i}$ Wert von n Resteinheiten zu Zeitpunkt t.

Markdown-Strategie

N Anzahl der betrachteten Produkte.

I^k_0 Anfangsbestand von Produkt k.

I^k_t Restbestand von Produkt k in Periode t.

$V_t(I_t, p_t$ Wert eines Restbestandes I bei einem zuletzt verwendeten Preis p in Periode t.

π Preispolitik (Vektor, der einen Preis für jede Periode vorgibt).

Ψ_D Menge aller Nachfragefunktionen.

J Anzahl der Nachfrageintervalle mit konstanter Nachfragefunktion.

$\mathcal{G}_j$ Anfangsperiode und Endperiode des Gültigkeitsbereichs der Nachfragefunktion $D_j \in \Psi_D = \{a_j, b_j\}$.

$W(D)$ Wertebereich der zufälligen Nachfrage D.

o_j Obergrenze des Wertebereichs von D_j.

u_j Untergrenze des Wertebereichs von D_j.

1 Einleitung

Die Masterarbeit „Anwendung von Dynamic-Pricing-Methoden zur wirtschaftlichen Stärkung von Groß- und Einzelhändlern in der Region Niederrhein“ befasst sich mit dem großen Themengebiets der dynamischen Preissetzung im Einzelhandel. Dabei ist das Ziel der Arbeit, eine Einführung in das Thema zu geben sowie Risiken und Möglichkeiten von Dynamic Pricing (DP) zu erörtern und konkrete Methoden vorzuschlagen, mit denen ein anfängliches DP-System aufgebaut werden kann. Ausschlaggebend ist hier das Projekt „CONUS“, ein Projekt zur Stärkung der Region Niederrhein aus wirtschaftlicher, sowie nachhaltiger Sicht. Gerade kleinen und mittelständigen Unternehmen fehlt häufig das Budget, um komplexe DP-Systeme aufzubauen. Dabei haben sie das Potenzial, die wirtschaftliche Leistung in Form von Erlösmaximierung zu stärken und einen nachhaltigen Umgang mit Produkten zu ermöglichen. Hierzu wird in Kapitel 2 zunächst eine Einleitung in das Thema Revenue Management (RM) gegeben und relevante Branchen, in denen RM effektiv genutzt werden kann, abgegrenzt. Es folgt eine Einleitung in die mathematischen Grundlagen der Modellierung des Kundenverhaltens, sowie die Nachfrageprognose. In Kapitel 3 wird ein ausführlicher Überblick über DP-Methoden mit dem Fokus auf den Einzelhandel gegeben. In Kapitel 4 werden die Chancen und Risiken erläutert, die DP während und nach Krisensituationen, wie der Corona-Krise verwendet werden kann. Es wird außerdem ein Überblick über benötigte Hardware- und Softwarelösungen gegeben. In Kapitel 5 werden drei konkrete Algorithmen erörtert, welche von lokalen Unternehmen als ein Muster für das Vorgehen bei den behandelten Fragestellungen dienen können.

2 Grundlagen des RM

2.1 Was ist Revenue Management?

RM ist das Teilgebiet der Betriebswirtschaft, die sich mit der Optimierung des Erlöses befasst. Dazu gehört die Preissetzung aber auch die Wahl des Absatzmarktes und der Absatzmenge. Zum Beispiel können auf unterschiedlichen Märkten Preise variieren. Auf einem Markt können Kundensegmente identifiziert werden, die durch ähnliche Zahlungsbereitschaften voneinander zu trennen sind. Besteht eine Knappheit des Angebots, muss entschieden werden, welche Segmente zu welchem Preis bedient werden. All jene Entscheidungen mit dem Ziel, die Erlöse aus dem Produktverkauf zu maximieren, sind dem RM zuzuordnen. Die Fragen des RM sind grob in drei Teilbereiche einzuteilen. *Strukturentscheidungen*, die über das Verkaufsformat bestimmen (u. a. Segmentierung von Kundengruppen, Mengenrabatte, Verkaufswege). Die zweite Frage beschäftigt sich mit der konkreten *Preisgestaltung*. Wie, falls überhaupt, werden die Preise über den Verkaufszeitraum verändert? Wie werden verschiedene Produktkategorien bepreist? Sich gegenseitig substitutierende Produkte im Produktporfolio können für interne Kannibalisierung sorgen. Eine gute Preispolitik sollte dieses Problem berücksichtigen. Die dritte Frage beschäftigt sich mit den *Mengenentscheidungen*. Es wird unter anderem die Allokation der Verkaufsmengen in den Kundensegmenten und/oder verschiedenen Märkten behandelt.[1]
Die Fragen der Preis- und Mengenentscheidungen sind keine ökonomische Neuerung, sondern existieren seit Anbeginn menschlichen Handels. Die Neuerungen, die für Unternehmen ein Optimierungspotential darstellen, werden durch die Vorstöße der Wissenschaft in der Optimierungstheorie und der Informatik vorangetrieben. Diese erlauben es, komplexe Algorithmen in kurzer Zeit durchzuführen, große Datenmengen zu speichern und zu analysieren, sowie automatisierte Entscheidungen zu treffen. Die Kombination dieser Faktoren hat vielen Unternehmen in den letzten Jahrzehnten mehrere Milliarden Dollar zusätzlichen Nettoerlös gebracht.[2] Trotz des großen Potentials ist zu bedenken, dass die Software die zu Grunde liegenden Daten nach vordefinierten Regeln auswertet. Für die Analyse der kausalen Zusammenhänge ist ein Analyst zuständig. Daher ist für ein funktionierendes RM-System, auch wenn moderne Algorithmen sowie „neuronale Netzwerke“ in der Entscheidungsfindung Automatisierungsmöglichkeiten bieten, die menschliche Koordination bislang unersetzlich. Das folgende Kapitel gibt einführend die Entstehungsgeschichte des RMs, insbesondere DP wieder und erläutert die Grundlagen, welche für das Verständnis und die Implementierung der Algorithmen notwendig sind.

2.2 Geschichte des Revenue Managements

Die Thematiken des RMs sind erstmals in den 1970er Jahren in Erscheinung getreten. Bis 1978 wurden die Preise der amerikanischen Fluggesellschaften größtenteils von der Regierung bestimmt. Im Rahmen des „Airline Deregulation Acts“ wurden diese regulatorischen Beschränkungen aufgehoben und die Freiheit in der Preisbestimmung der Flugtickets führte zu Ände-

[1] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 3.
[2] Vgl. Smith/Leimkuhler/Darrow (1992): 8.

rungen in der Flugindustrie.[3] Zum einen versuchten Anbieter von billigen Flugtickets, deren Preise teilweise bei der Hälfte etablierter Anbieter lagen, diese vom Markt zu drängen. Die Entwicklung von theoretischen Methoden, mit diesen Anbietern konkurrenzfähig zu bleiben, ohne den hohen Profit von Kunden mit hohen Zahlungsbereitschaften zu verlieren, entfachte die Entwicklung des RMs.[4] Dazu bot American Airlines (AA), die damals größte Fluggesellschaft der Vereinigten Staaten erstmalig Mitte der 1970er Jahre stark vergünstigte Tickets für Flüge an. Diese „Super Saver Fares“ waren in ihrer Anzahl und dem Verfügbarkeitszeitraum begrenzt. Diese Neuerung erschuf den Begriff „Yield Management“, welcher auch heute noch in der Flugbranche für RM verwendet wird. American Airlines Erlöse wuchsen und die Billig-Anbieter wurden wieder vom Markt gedrängt. Das erste umfangreiche Yield-Management-System „DINAMO“ (Dynamic Inventory Optimization and Maintenance Optimizer) wurde erstmalig 1985 eingesetzt und erhöhte den Erlös der AA um ca. $14,5\ \%$.[5] Die Entwicklung der quantitativen Methoden zur Erlösmaximierung fand ihre Ursprünge ebenfalls Anfang der 1970er Jahre. Littlewood schlug ein Modell vor, welches es erlaubt, Flugpassagiere mit Hilfe von *marginalen Sitzplatzeinnahmen* in zwei Klassen einzuteilen.[6] Große Flugunternehmen koordinierten ihre Flüge mit Hub-and-Spoke-Systemen und nahmen Abstand von den Point-to-Point-Flügen. Glover et al. trugen ein deterministisches Netzwerkflussmodell bei, welches den optimalen Tarifklassen-Mix, sowie das Design des Flugnetzes bestimmt.[7] Belobaba schlägt ein Modell für die Kontrolle beliebig vieler Flugklassen vor. Das EMSR-Konzept („expected marginal seat revenue“) erweitert Littlewood's Modell um stochastische Einflüsse.[8] Es dauerte nicht lange, bis andere Industrien die Vorteile von Yield-Management, wie es in der Flugbranche genannt wurde, entdeckten. In der Hotellerie treten ähnliche Probleme auf, wie in der Flugindustrie. Die Zahlungsbereitschaft der Kunden variiert von Kunde zu Kunde und im Zeitablauf. Die Mariott-Hotelkette entwickelte ein RM-System, welches durch tägliche Nachfrageprognosen die Anzahl gut zahlender Kunden vorhersagen konnte. Schätzungen von Bill Marriott Jr. zufolge ist generieren RM-Anwendungen über einhundert Millionen Dollar jährlich.[9] Die Räume, welche übrig blieben, wurden günstiger an preissensitive Kundensegmente durch *Fencing-Maßnahmen* verkauft.[10] Berichten zufolge konnte die Marriott-Hotelkette Mitte der 1990er Jahre einen zusätzlichen Erlös durch RM-Maßnahmen von 150-200 Millionen Dollar verbuchen.[11] Rothstein schlägt ein sequentielles Markov Entscheidungsmodell vor, welches Überbuchungen in der Hotel-Industrie behandelt.[12] Der Erfolg von RM-Systemen in der Hotellerie und der Flugbranche führte dazu, dass RM-Systeme auch in der Autovermietungsindustrie Anwendung fanden. 1994 rettete ein RM-System National Car Rental aus dem Bankrott.[13] Zu dieser Zeit wurde erst-

[3] Vgl. Morrison (1986).
[4] Vgl. Jenkins (2002): 476.
[5] Vgl. Cross (1998): 126.
[6] Vgl. Littlewood (2005): 111–123.
[7] Vgl. Glover et al. (1982): 73–80.
[8] Vgl. Belobaba (1987): 63–73, Belobaba (1989): 183–197.
[9] Vgl. Cross (1998): 3.
[10] Vgl. Hanks/Cross/Noland (2002): 101–103.
[11] Vgl. Krass (2001): 199f.
[12] Vgl. Rothstein (1974): 389–404.
[13] Vgl. Geraghty/Johnson (1997): 107f.

malig ein RM-Management-System für nicht verderbliche bzw. saisonale Produkte entwickelt. Ford Motor Company segmentierte Kunden nach Region und Artikelpräferenzen, konnte so gezielt Optionspakete anbieten, welche die Präferenzen der Kunden bezüglich der Eigenschaften des Autos in Bezug auf Versicherungen und optionaler Bauteile präzise abbilden.[14] Die ersten Autoren, welche DP bei mehreren gleichzeitig angebotenen Produkten betrachten, sind Gallego und van Ryzin. Diese stellen ein Modell auf, welches auf Basis der Annahme deterministischer Nachfrage als Funktion des Preises und des Restbestandes über die Zeit eine optimale DP der Produkte ermöglicht. Sie zeigen, dass das Modell eine obere Schranke für das Problem mit stochastischer Nachfrage aber bekannter Verteilung erzeugt. Zudem schlagen sie zwei Heuristiken für das stochastische Problem vor und beweisen, dass die Lösungen dieser asymptotisch optimal sind, wenn die erwartete Absatzmenge gegen unendlich geht. Es wird ein kontinuierlicher fixer Zeitraum und eine kontinuierliche Menge an Preisen betrachtet. Das Modell dient als Grundlage für viele weitere Modelle, die mehrere Produkte betrachten.[15] Feng und Gallego bauen auf den Beobachtungen von Gallego und van Ryzin auf und erweitern das Modell. Sie betrachten in einer Reihe konsekutiver Artikel, wie aus einer Menge diskreter Preise, in einem kontinuierlichen, jedoch fixen Zeitraum, eine optimale Preispolitik erstellt werden kann. Zunächst betrachten sie ein reines Markup- bzw. Markdown-Problem mit nur zwei Preisen und schlagen einen Algorithmus vor, welcher Optimalität unter der Annahme gleichbleibender, exponentialverteilter Kundenzwischenankunftszeiten verspricht[16]. Feng und Xiao erweitern das Modell um die Einflüsse von Risikoaversion.[17] Ebenso erweitern sie das Modell von Feng und Gallego um die Berücksichtigung beliebig vieler, anstatt von zwei Preisen.[18] Feng und Gallego erstellen einen Algorithmus, welcher die optimale Wertfunktion, sowie eine optimale Preispolitik unter der Annahme, dass die Nachfrage einem generellen Poisson-Prozess mit Markov'schen, zeitabhängigen aber vorhersehbaren Intensitäten bestimmt wird.[19] In dem revolutionären Artikel „A Continuous-Time Yield Management Model with Multiple Prices and Reversible Price Changes“ führten Feng und Xiao das Konzept der Maximum-Konkaven-Hülle ein, welches die Menge aller potentiellen Preise in effiziente und ineffiziente einteilt. Sie beweisen, dass ineffiziente Preise bei der Preisauswahl unter keinen Umständen optimal sind und somit bei der Berechnung der optimalen Preispolitik nicht berücksichtigt werden müssen. Zudem zeigen sie auf, wie man unter Berücksichtigung einer Menge diskreter Preise in einem kontinuierlichem aber endlichen Zeithorizont mit Preiswechseln in beide Richtungen eine optimale Preispolitik generieren kann[20]. Die Annahmen über Nachfrage übernehmen sie von Gallego und van Ryzin.[21]

[14] Vgl. Leibs (2000): 35.
[15] Vgl. Gallego/van Ryzin (1997): 24–41.
[16] Vgl. Feng/Gallego (1995): 1371–1391.
[17] Vgl. Feng/Xiao (1999): 337–341.
[18] Vgl. Feng/Xiao (2000b): 332–343.
[19] Vgl. Feng/Gallego (2000): 941–956.
[20] Vgl. Feng/Xiao (2000a): 644–657.
[21] Vgl. Gallego/van Ryzin (1994): 999–1020.

2.3 Wann ist RM Anzuwenden?

Im Grunde können die Konzepte des RM in jeder Industrie angewendet werden, in der taktisches Nachfragemanagement wichtig ist. Es gibt jedoch Produktklassen, die auf Grund ihrer Eigenschaften für gewisse RM-Methodiken besser geeignet sind als andere. In dieser Sektion wird erläutert, unter welchen Vorraussetzungen RM-Methoden besonders effizient einzusetzen sind. Dafür sollte die Branche sowie das Unternehmen und das Produkt, welches vertrieben wird, berücksichtigt werden. Im Folgenden werden die wichtigsten Kriterien für RM-Methoden dargestellt.[22]

1. **Heterogenität der Kunden**

   Sind Kunden in ihrer Zahlungsbereitschaft für ein Produkt homogen, also sind alle Kunden in etwa bereit das selbe zu bezahlen, so ist RM nicht effektiv. Es gilt, je größer die Unterschiede der Zahlungsbereitschaften der Kunden für ein Produkt, desto eher lohnt sich RM. Damit sind sowohl individuelle demografische Unterschiede verschiedener Kunden gemeint, als auch Unterschiede der Zahlungsbereitschaft gleicher Kunden im Zeitablauf.

2. **Nachfrageschwankungen**

   Je größer die Schwankungen der Nachfrage, desto eher lassen sich RM-Techniken profitabel implementieren. Da die Nachfrage nicht genau vorhergesagt werden kann, kann es zu einem unausgeglichenem Angebot- und Nachfrage-Verhältnis kommen, das durch RM-Methoden ausgeglichen werden kann.

3. **Produktionsunflexibilität**

   Ist die Produktion eines Produktes nicht flexibel, können also Angebotsmengen den Bedarfsmengen nicht angepasst werden, werden RM-Methoden durch die Manipulation der Nachfrage profitabler. Ein Beispiel hierfür ist die begrenzte Kapazität von Flugzeugen. Ist ein Flug von A nach B fixiert, so sind die Kosten weitgehend ebenfalls fixiert und eine Erhöhung der Kapazität ist nicht mehr möglich. Beispiele im Einzelhandel können Produkte sein, welche auf Grund von Lieferenpässen oder Rohstoffknappheit nur in geringem Maße zur Verfügung stehen.

4. **Technische Voraussetzungen**

   Ein Unternehmen, welches noch keine technische Infrastruktur zur Erfassung von Verkaufsdaten, Preisen etc. nutzt, wird Schwierigkeiten haben, ein RM-System zu implementieren. Zunächst sind die Kosten der Planung zu tragen. Darauf folgen hohe Kosten für Hardware und Implementierung der Systeme. Eine Implementierung lohnt sich also eher, wenn gewisse Standards bereits erfüllt sind.

[22] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 13–16.

5. **Unternehmenspolitik**

   Die Unternehmenspolitik der Geschäftsführung kann einer RM-Implementierung im Weg stehen, falls die Geschäftsführung Innovationen skeptisch entgegentritt. Es sollte eine offene Haltung gegenüber Neuerungen sowie ein Konsens über die Vorteile von RM-Systemen bestehen, bevor diese in einem Unternehmen implementiert werden.

6. **Preis als Qualitätssignal**

   In manchen Industrien wird der Preis als Instrument verwendet, um Qualität zu signalisieren. Dies ist zum Beispiel bei Luxusgütern, wie Wein, Uhren oder Schmuck der Fall. In solchen Industrien ist von RM-Methoden abzuraten, da hier eine Preisreduktion zum wahrgenommenen Qualitätsverlust der angebotenen Produkte führen kann. Anders ausgedrückt, ist RM eher in den Branchen anzuwenden, in denen die Produkte durch eine hohe Preissensibilität ausgezeichnet sind.

2.4 Die drei Dimensionen des RM

Bei der Nachfrage für ein Produkt spielen drei Faktoren eine Rolle, welche für den Einzelhändler eine Optimierung ermöglichen. Die erste Dimension bezieht sich auf die *Kunden*. Damit ist vor allem das Ausnutzen unterschiedlicher *Zahlungsbereitschaften* von Kunden gemeint. Um dies zu bezwecken, werden z.B. Preise für verschiedene Länder variiert, da Unterschiede im Grundeinkommen die Zahlungsbereitschaft beeinflussen. Vor dem Hintergrund unterschiedlicher demografischer Kundeneigenschaften ist es möglich, die Preise für verschiedene Altersgruppen variieren zu lassen. Rentner und Studenten haben in der Regel ein geringeres Einkommen als in Vollzeit arbeitende Personen mittleren Alters und haben daher eine niedrigere Zahlungsbereitschaft. Die zweite Dimension des Nachfrageverhaltens bezieht sich auf die *Produktgestaltung*. Ein klassisches Beispiel ist die Unterscheidung von verschiedenen Sitzklassen in der Flugindustrie. Ein Ticket erster Klasse erfüllt den gleichen Zweck, wie ein Ticket in der Economy-Klasse, nämlich den Transport von A nach B. Über optionale Komfortangebote werden die Produkte separiert, um die Kunden mit hoher Zahlungsbereitschaft von denen mit niedriger zu trennen. Solche qualitativen Unterschiede bei sich sonst substituierenden Produkten werden horizontale Produktdifferenzierung genannt. Das Gegenstück zu dieser bietet die vertikale Produktdifferenzierung. Hier wird keine klare Hierarchie der Produktgüte vorgegeben, sondern die Präferenz der Kunden bestimmt die Auswahl ähnlicher aber nicht identischer Güter. Hiermit kann zum Beispiel die Variation der Farbe eines Automodells gemeint sein. Die ersten beiden Dimensionen werden in Sektion (3.9) genauer betrachtet. Die dritte Dimension bezieht sich auf die Dimension der *Zeit*. Bei festen Kapazitäten und einer erwarteten Nachfrage lässt sich über den Preis der erwartete Gewinn optimieren. Beispielsweise sinkt der subjektive Wert von saisonalen Produkten mit zunehmendem Saisonverlauf. Um einem Nachfragerückgang entgegenzuwirken, kann der Preis als Instrument verwendet werden. Da diese drei Dimensionen im Normalfall nicht einzeln zu betrachten sind, sondern in Verbindung zueinander stehen, sind die Optimierungsprobleme komplex und es werden eine oder mehrere dieser Dimensionen als fix betrachtet,

während die übrigen optimiert werden.[23]

In der Literatur werden grob zwei Arten des RM voneinander abgegrenzt. Zum Einen das kapazitätsbasierte RM, zum Anderen das preisbasierte RM. Während bei dem kapazitätsbasierten RM der Fokus auf der Steuerung der Kapazitäten liegt, also entschieden wird, ob und wann ein Produkt zu welchem Preis verkauft wird oder nicht, liegt beim preisbasierten RM der Fokus auf der optimalen Preissetzung. Die für diese Arbeit verwendeten Methoden sind dem preisbasierten RM zuzuordnen. Im Gegensatz zu den preisbasierten RM-Methoden, welche in der verbleibenden Arbeit als Dynamic-Pricing-Methoden oder kurz DP-Methoden bezeichnet werden, wird in der Kapazitätssteuerung der Fokus auf die Allokation von Kapazitäten gesetzt. Dazu gehört ebenso der Bereich der Überbuchung. Ein Beispiel hierfür ist die Bestimmung der optimalen Aufteilung der Sitzplätze für unterschiedliche Buchungsklassen. Ein Überblick über die Kapazitätssteuerung bieten Talluri und van Ryzin .[24] Da im Groß-/ und Einzelhandel überwiegend DP-Verfahren angewandt werden, liegt der Fokus dieser Arbeit auf der Darstellung dieser.

2.5 Beispielinstanzen

Um die in der Arbeit behandelten Methoden greifbarer zu machen, werden im Folgenden zwei Beispiele eingeführt, welche für den Rest der Arbeit verwendet werden. Da die Arbeit einen Fokus auf den Groß- bzw. Einzelhandel legt, sind die Beispiele dem entsprechend gewählt.

2.5.1 Beispiel 1 - WPC-Fachhändler

Die erste Beispielinstanz ist ein WPC-Möbelhersteller. Dieser verkauft WPC-Möbel über das Internet und seinen lokalen Laden. Er möchte ein neues Tisch-Modell auf den Markt bringen, daher ist die Nachfrage nicht bekannt. Er rechnet damit, dass die erwartete Nachfrage für das neue Modell über ein Jahr bei einem konstanten Preis, annäherungsweise einer linearen Preis-Absatz-Funktion folgt (mehr dazu in Sektion (2.6)). Sein Ziel ist es, zunächst den optimalen statischen Preis herauszufinden, um diesen über einen möglichst langen Zeitraum anzuwenden. Sollten Lieferengpässe oder eine unerwartet hohe Nachfrage bestehen, so möchte er dynamisch den Preis nach oben anpassen. Da am Ende des Jahres ein neueres Modell auf den Markt kommt, möchte er die alten Modelle bis dahin alle verkauft haben. Die Menge der möglichen Preise, die er betrachten möchte, ist

$$\Omega_{P_1} = \{299,99\,€; 399,99\,€; 449,99\,€; 489,99\,€; 499,99\,€; 529,99\,€\}.$$

2.5.2 Beispiel 2 - Erdbeerverkäufer

Die zweite Beispielinstanz betrachtet eine Erdbeerverkäuferin in der Region. Diese kann als Repräsentantin für die regionale Obst- und Gemüseproduktion angesehen werden. Diese wird von ihrer Chefin angehalten, acht Erdbeerschalen, welche alle identisch sind, innerhalb von drei

[23] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 11f.
[24] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 26–168.

Tagen zu verkaufen. Sie hat die Möglichkeit, aus der Menge von Preisen

$$\Omega_{P_2} = \{1 €; 1,5 €; 2 €; 2,2 €; 3 €\}$$

auszuwählen. Die zugehörigen erwarteten Verkaufsmengen pro Periode sind ihr durch vergangene Perioden bekannt. Es gilt $\lambda_i(p_i) = \{4; 3; 2; 1, 3; 1\}$, wobei $p_i \in \Omega_{P_2}$. Läuft die Frist ab, so verderben die Erdbeeren und müssen entsorgt werden, daher ist der Restwert der Erdbeeren nach diesen drei Tagen null. Sie sucht eine optimale Preissetzungspolitik, welche die Nachfrage und den verbleibenden Bestand an Erdbeerkörben mit berücksichtigt. Dabei möchte sie bei unerwartet hoher Nachfrage den Preis erhöhen, und bei geringer Nachfrage den Preis verringern, damit sie am Ende der drei Perioden keine Schalen mehr übrig hat.

2.6 Aggregierte Nachfragemodelle

Die meisten DP-Methoden verwenden für die Modellierung der Nachfrage sogenannte *aggregierte Nachfragemodelle*. Hierbei werden alle Charakteristika der Produkte außer dem Preis als kurzfristig fixiert angenommen. Wird eine kontinuierliche Menge an potentiellen Käufern betrachtet, so kann die kumulierte Menge an Käufern, dessen Zahlungsbereitschaft größer oder gleich p_i ist, als Funktion $d(p_i)$ definiert werden. Diese Funktion wird *Preis-Absatz-Funktion (PAF)* genannt. Modelle, welche individuelles Kundenverhalten modellieren, nennen sich Discrete-Choice-Modelle. Diese Modelle berücksichtigen sowohl demografische Eigenschaften von Kunden, als auch Produkteigenschaften, die bei der Auswahl des Kunden zwischen verschiedenen Produktalternativen eine Rolle spielen. Sie werden häufig im Marketing und Produktdesign verwendet, sind also im Prozess den eher operativen DP-Methoden vorgelagert. Trotzdem werden Methodiken des Discrete-Choice-Kundenwahlverhaltens im RM erforscht und angewandt. Ein Beispiel hierfür liefert das Paper von Talluri und van Ryzin (2004), deren Modell eine optimale Politik bestimmt, die angibt zu welchem Zeitpunkt und unter welcher Restkapazität ein bestimmtes „Offer-Set “ aus einer diskreten Menge von Produkten anzubieten ist.[25] Einen Überblick über Grundlagen der Discrete-Choice-Modelle liefert Train.[26] Die Dichte der maximalen Zahlungsbereitschaft der Population sei als $w(p)$ definiert und gibt für einen Preis p den Anteil der Kunden an, die eine maximale Zahlungsbereitschaft von genau p haben. Es gilt $\int_0^\infty w(x)dx = 1$. Der Anteil der potentiellen Käufer mit einer Zahlungsbereitschaft von p oder mehr ist $d(p) = d(0) \cdot \int_p^\infty w(x)dx$. $d(0)$ bezeichnet die Nachfrage des Produktes bei einem Preis von 0 Geldeinheiten. Ω_p sei der Raum aller möglichen Preise, wobei in den meisten Fällen $\Omega_p = [0, +\infty)$ angenommen wird. Oft werden für die PAF $d(p) : p \in \Omega_p$ folgende Regularitätsannahmen vorausgesetzt.

1. Die PAF $d(p)$ ist stetig differenzierbar in $p : p \in \Omega_p$.
2. Die PAF ist streng monoton fallend für alle $p \in \Omega_p$.
3. Die PAF ist nach oben und unten begrenzt: $0 \geq d(p) > \infty$ für alle $p \in \Omega_p$.

[25] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004a): 15–33.
[26] Vgl. Train (2003).

4. Die PAF läuft gegen null für hinreichend hohe Preise: $\lim_{p \to \infty} d(p) = 0$.

5. Die Erlösfunktion $p \cdot d(p)$ ist endlich für alle $p \in \Omega_p$ und hat einen optimalen Wert p^*, der in Ω_p liegt.

Die erläuterten Annahmen dienen dazu, die Probleme so zu definieren, dass eine eindeutige Lösung existiert. Die stetige Differenzierbarkeit einer Funktion zeigt auf, dass die Funktion linear approximierbar an jeder Stelle im Definitionsbereich ist. Der Differentialquotient der linearen Approximation einer Funktion zu einem Preis liefert die Steigung an der Stelle und somit die Veränderungsrate der Nachfrage bei einer Veränderung des Preises. Mit seiner Hilfe lassen sich Optima und Preiselastizitäten berechnen. Annahme zwei garantiert, dass für keinen Preis $p_j > p_i | p_j, p_i \in \Omega_p$ gilt: $d(p_j) > d(p_i)$. Eine Erhöhung des Preises führt zu keiner Erhöhung der Nachfrage. Annahme drei und vier sorgen dafür, dass es weder negative, noch unendlich große Nachfrage gibt. Anschaulich gibt es einen Preis, der so hoch ist, dass kein Kunde bereit ist, diesen Preis zu zahlen. Ebenso ist die Nachfrage für ein Produkt nicht unbegrenzt, auch wenn das Produkt verschenkt würde. Annahme fünf besagt, das es einen erlösmaximierenden Preis p^* gibt. Da die PAF monoton fallend für alle $p \in \Omega_p$ ist und nach Annahme vier die Nachfrage für hinreichend große p gleich null ist, gibt es mindestens einen Preis in Ω_p, welcher $r(p) = d \cdot d(p)$ maximiert.[27] Ein bekanntes Beispiel einer PAF ist die lineare PAF:

$$a - bp = d(p), p \in [0, \frac{a}{b}]. \tag{2.1}$$

a ist ein Parameter und kann als die Gesamtmenge der Population, bzw. die Nachfrage der Kunden bei einem Preis von null € dargestellt werden. b ist ein Steigungsparameter und ein Maß für die Preissensibilität der Kunden. Es gilt, je höher b, desto größer ist die Reaktion der Kunden auf eine Preisveränderung. Der WPC-Möbelhändler zum Beispiel könnte auf Grund von in der Vergangenheit beobachteten Nachfragen vermuten, dass seine Nachfrage durch eine lineare PAF zu approximieren ist.

$$300 - \frac{1}{4} \cdot p = d(p). \tag{2.2}$$

Verkauft der Händler das Produkt zu einem Preis von 300 €, so erwartet er eine Nachfrage von 225 Einheiten. Die maximale Nachfrage liegt bei $a = 300$ Einheiten. Der daraus resultierende Erlös liegt jedoch bei null €. Der Erlösoptimierende Preis ergibt sich aus der Bedingung erster Ordnung. Die erste Ableitung der Erlösfunktion nach p wird gleich null gesetzt. Wird die sich ergebende Gleichung nach p aufgelöst, ergibt sich der erlösmaximierende Preis p^*. Die fünf Regularitätsannahmen garantieren, dass der Preis ein erlösmaximierender Preis ist.

$$p^* = \frac{a}{2b}, \text{ oder im Beispiel } p^* = \frac{300}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 600. \tag{2.3}$$

In der Literatur findet man häufig die PAF in der Form:

[27] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 132.

$$d(p) = N(1 - W(p)), \tag{2.4}$$

wobei $W(p)$ die Verteilungsfunktion der Zahlungsbereitschaft $w(p)$ ist. Sie gibt den Anteil der Kunden an, welche eine Zahlungsbereitschaft von p oder weniger haben. N ist ein Parameter, der als die Gesamtgröße des Marktes interpretiert werden kann. $1 - W(p)$ kann als Anteil des Gesamtmarktes betrachtet werden, der zu einem Preis p einkauft.
Eine wichtige Kenngröße jeder PAF ist die Preiselastizität, welche die relative Änderung der Nachfrage, bei einer marginalen Preisänderung beschreibt. Formal bedeutet dies:

$$\eta(p) = \frac{\partial d(p)}{\partial p} \cdot \frac{p}{d(p)}. \tag{2.5}$$

Im Falle der linearen PAF ergibt sich als Formel für die Preiselastizität:

$$\eta(p) = -\frac{bp}{a - bp}. \tag{2.6}$$

Die Preiselastizität lässt sich für jeden Preis in Ω_p bestimmen. Für einen Preis von 500 € ergibt sich zum Beispiel die Preiselastizität $\eta(500) \approx -0.7143$. Bei einer Preiserhöhung um 1 % nimmt die Nachfrage also approximativ um 0.7143 % ab. Eine Preiserhöhung führt daher zu einer Erhöhung des Erlöses. Im Optimum ist die Preiselastizität $\eta(p^*) = -1$. Eine marginale Preiserhöhung verringert die Nachfrage um das selbe Verhältnis. Daher kann der Erlös durch eine Variation des Preises in diesem Punkt nicht erhöht werden. Die *Bogen-Elastizität* $\eta(p_1, p_2)$ hingegen beschreibt die relative Veränderung der Nachfrage bei einem Preiswechsel von p_1 auf p_2:

$$\eta(p_1, p_2) = \frac{\frac{d(p_2) - d(p_1)) \cdot 100}{d(p_1)}}{\frac{(p_2 - p_1) \cdot 100}{p_1}}. \tag{2.7}$$

Die Theorie der Preiselastizität ist ausschlaggebend für DP-Algorithmen. Die Veränderung der Preissensibilität der Kunden im Zeitablauf ist häufig der Grund für sich verändernde Preise. Eine ausführliche Erläuterung hierzu erfolgt in Kapitel (3).
Die Inverse $p(d)$ einer PAF ist definiert als der maximale Preis p, zu dem eine Nachfrage d erzielt wird:

$$p(d) = \max_{p \in \Omega_p} \{p : d(p) = d\}. \tag{2.8}$$

Es wird die Nachfrage d, anstatt dem Preis p als Entscheidungsvariable betrachtet. Ist $d(p)$ stetig differenzierbar und streng monoton fallend in $p \in \Omega_p$, so ist $p(d)$ stetig differenzierbar in $d \in \Omega_d$, wobei Ω_d analog zu Ω_p den Raum aller Ausprägungsmöglichkeiten von d darstellt. Die Inverse der PAF in der Form, welche den Marktanteil repräsentiert lautet:

$$p(d) = W^{-1}(1 - d/N). \tag{2.9}$$

$W^{-1}(\cdot)$ ist die Inverse der Verteilungsfunktion $W(\cdot)$. Die Inverse der linearen PAF ist definiert

durch

$$p(d) = \frac{1}{b}(a - d), \tag{2.10}$$

wobei $\Omega_d = [0, a]$.

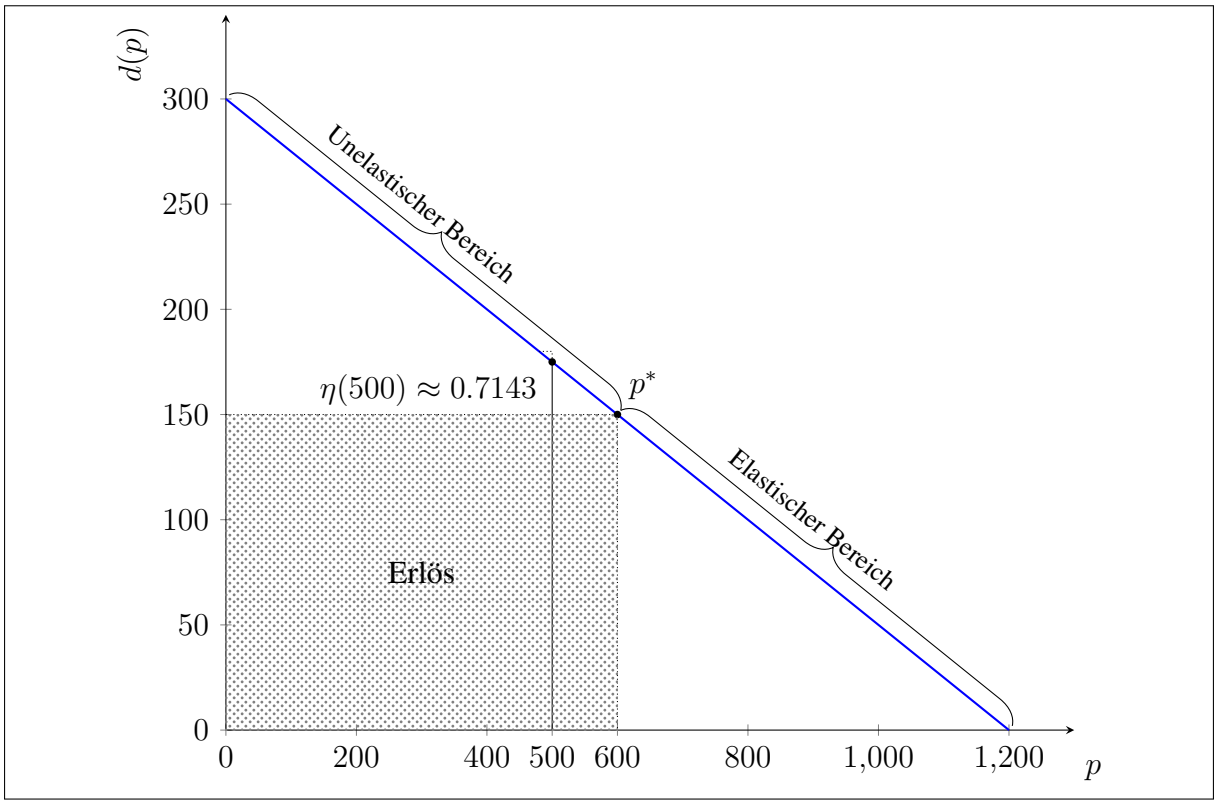

Abbildung 2.1: Grafische Darstellung der PAF: $d(p) = 300 - \frac{1}{4}x$ und der Preiselastizität. (Eigene Darstellung)

Abbildung 2.1 zeigt, wie die PAF des WPC-Möbelhändlers aussieht. Die gepunktete Fläche zeigt den erwarteten Erlös zu einem Preis p^* an. Im *elastischen Bereich*, in dem der Betrag der Preiselastizität $|\eta| > 1$ ist, ist durch eine Senkung des Preises um einen Prozent, die Nachfrage um mehr als einen Prozent zu steigern. Die Preise in dem Bereich sind also nicht effektiv. Im *unelastischen Bereich* kann durch eine Preiserhöhung der Erlös erhöht werden. Der optimale Preis ist also der Preis in dem die Preiselastizität $\eta = -1$ oder $|\eta| = 1$ ist.
Ein Kritikpunkt an der linearen PAF ist, dass der Anteil $w(p)$ der Kunden mit einer Zahlungsbereitschaft p, für jedes $p \in [0, \frac{a}{b}]$ gleich ist. Auch wenn diese Eigenschaft die Aussagekraft auf die Realität einschränkt, wird die lineare PAF häufig im RM und in spieltheoretischen Modellen verwendet, da sie leicht zu analysieren ist.[28]

2.6.1 Logit-PAF

Eine weitere nützliche PAF, die in diesem Artikel betrachtet wird, ist die *Logit-PAF*. Diese beruht auf dem Multinomialem-Logit-Modell (MNL), welches ein beliebtes Modell ist, um individuelles Kundenverhalten zu modellieren. Dabei wird der Nutzen, den ein Kunde aus einem

[28] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 323 f.

Produkt i gewinnt, als Funktion einer deterministischen (beobachtbaren) Komponente V_i und einer nicht beobachtbaren Komponente ξ_i dargestellt. ξ_i wird auch als Fehlerterm bezeichnet und ist eine gumbelverteilte Zufallsvariable mit dem Erwartungswert 0 und einem Skalierungsparameter von 1.[29] Es wird angenommen, dass der Nutzen V_i eines Produktes als lineare Funktion des Preises $V(p) = -bp$ dargestellt werden kann. Der Nutzen sinkt also, wenn der Preis steigt. Der Wert V_0 der Nicht-Kaufen-Alternative sei null. Die Auswahlwahrscheinlichkeit der Produktalternativen aus einer Menge Produkte Υ (inklusive der Nicht-Kaufen-Alternative) lassen sich durch die Gleichung

$$P_i(\Upsilon) = \frac{exp(V_i)}{\sum_{j \in \Upsilon} exp(V_j)} i \in \Upsilon \tag{2.11}$$

beschreiben. Da der deterministische Nutzen der Nicht-Kaufen-Alternative V_0 null ist, ist der Wert für diese in Gleichung (2.11) $exp(0) = 1$. So lässt sich die Logit-PAF für ein Produkt mit folgender Gleichung darstellen:

$$d(p) = N \frac{exp(-bp))}{1 + exp(-bp))}. \tag{2.12}$$

Dabei ist b ein Skalierungsparameter, welcher die Preissensitivität der Nachfrage darstellt. Je größer b ist, desto stärker reagiert die Population auf eine Änderung der Nachfrage. Der Parameter N gibt die Größe des Marktes an. Dies ist zu vergleichen mit dem Wert von a in (2.1). Bei einem Verkaufspreis von $p = 0$ entsteht eine Absatzmenge von $N/2$. Der Bruch gibt die Wahrscheinlichkeit für den Kauf des Produktes an. Liegt der Nutzen des Produktes bei $V = 0$, so generiert der Kunde keinen Nutzen aus dem Kauf. Dies zeigt sich darin, dass die Auswahlwahrscheinlichkeit des Kunden bei 50 % liegt, er also indifferent zwischen dem Kauf und der Nicht-Kaufen-Alternative ist. Durch das Hinzufügen eines weiteren Parameters a, welcher ebenfalls ein Skalierungsparameter ist und die Preissensibilität der Kunden beschreibt, kann die PAF wie folgt modelliert werden.

$$d(p) = N \frac{exp(a(1 - \frac{p}{b}))}{1 + exp(a(1 - \frac{p}{b}))}. \tag{2.13}$$

Die Nachfrage des neuen Tisches kann mit dem Logit-Modell approximiert werden. Für verschiedene Werte der Parameter a, b und N ergeben sich dabei unterschiedliche PAFs. Es stellt sich die Frage, wie die Parameter zu wählen sind, sodass das Modell möglichst genau die wahre Situation widerspiegelt. Mögliche Logit-PAFs sind in Abbildung 2.2 dargestellt. Hier ist zu erkennen, welche Auswirkungen die Veränderungen der drei Parameter auf die PAF haben. Eine Verringerung von b bewirkt, dass sich der maximale Kaufpreis verändert und somit die Funktion gestaucht wird. Die maximale Kaufmenge bei einem Preis von null verschiebt sich bei Veränderung des Parameters N. Die Veränderung von Parameter a führt zu einer Änderung der Krümmung der Funktion. Der Prozess der Parameterfindung ist in Sektion (2.7.1) erläutert. In der dynamischen Preissetzung ist der Prozess der Modellauswahl der Findung der Parameter vor-

[29] Gumbel (1958).

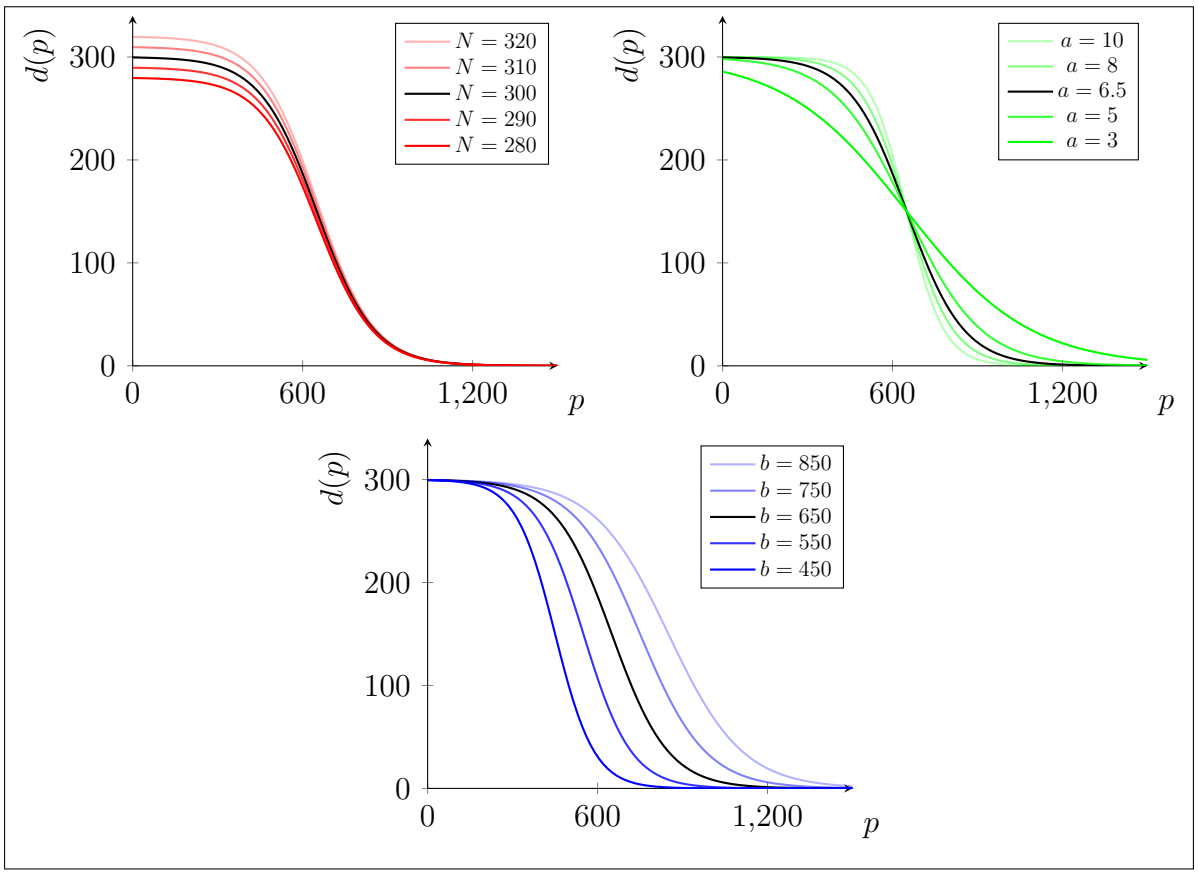

Abbildung 2.2: Logit-PAF mit verschiedenen Parametern. (Eigene Darstellung)

gelagert. Beide Prozesse sind entscheidend in der späteren Durchführung von DP-Algorithmen und das Finden der Parameter ist daher ein Prozess der in Untersektion (2.7.1) genauer betrachtet wird.

Huang et al. bieten in ihrem Paper einen Überblick über PAFs, unter anderem auch mit stochastischen Einflüssen.[30] Ebenso sei verwiesen auf den Überblick von Talluri und van Ryzin.[31]

2.6.2 Erlösfunktion und mehrdimensionale PAFs

Ein Grundbaustein der meisten DP-Probleme ist die Erlösfunktion $p \cdot d(p)$ oder äquivalent $d \cdot p(d)$. Um ein eindeutiges Maximum zu garantieren, reicht es aus, wenn die Zielfunktion *unimodular* ist. Eine Funktion $f(x)$ ist unimodular, wenn es auf ihrer Domäne $[a, b]$ einen Punkt g gibt, sodass $f(x)$ im Intervall $[a, g]$ monoton wächst und im Intervall $[g, b]$ monoton fällt. Falls die Funktion streng konkav ist, ist dies ebenfalls ein hinreichendes Kriterium für die Existenz eines optimalen Preises. Ist das Kriterium der Konkavität (Rechtsgekrümmtheit) erfüllt, ist garantiert, dass die Bedingung erster Ordnung einen Hochpunkt findet. Der zugehörige Preis ist der optimale Preis, welcher den Erlös maximiert. Wird die Erlösfunktion differenziert, entsteht der marginale Erlös,

$$\frac{\partial r(d)}{\partial d} = p(d) + dp'(d). \tag{2.14}$$

[30] Vgl. Huang Jian (2013): 557–600.
[31] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 321–327.

Ist Annahme 5 in Sektion (2.6) erfüllt und existieren keine Nebenbedingungen, welche die Domäne von d oder p einschränken, so ist das Maximum der Erlösfunktion an der Stelle, an der die marginale Erlösfunktion den Wert 0 annimmt. Die Kosten für die Produktion von d produzierten Einheiten eines Produktes seien definiert durch $C(d)$. Gilt die wenig restriktive Annahme, dass $C(d)$ in d monoton steigt, dann gilt ebenfalls für die Gewinnfunktion $G(d) = (p(d) - C(d)) \cdot d$, dass ein optimaler Wert d^* existiert. Werden mehrere Produkte betrachtet, so ist zu sehen, dass $\vec{p}$ als Vektor definiert werden kann, der für n Produkte einen Preis $p_i \in \Omega_p : i \in \{1, ..., n\}$ enthält. Die dazu korrespondierenden Nachfragen der einzelnen Produkte werden als Vektor $\vec{d}$ definiert. Äquivalent zu den Annahmen der Einproduktvariante gelten ähnliche Annahmen für die Mehrproduktvariante der PAF. Die Mehrprodukt-PAF wird definiert als $r(\vec{d}) = \vec{d}^T \cdot \vec{p}$. Werden mehrere Produkte betrachtet, so können Interdependenzen zwischen den Bedarfsmengen der einzelnen Produkte bestehen. Ein Maß zur Messung dieser ist die Kreuzpreiselastizität. Diese beschreibt die relative Änderungsrate der Nachfrage von Produkt i bei einer Veränderung des Preises von Produkt j. Bietet ein Fahrradhändler beispielsweise ein Tourenrad zu einem Preis von $799,99$ € und ein BMX-Fahrrad zu einem Preis von $599,99$ € an, so ist bei einer Preissenkung des Tourenrads ein Rückgang der Nachfrage des BMX-Fahrrads zu erwarten. Die beiden Fahrräder sind jedoch unterschiedlichen Nischen zuzuordnen. Demnach sind die Interdependenzen der beiden Artikel nur schwer vorherzusagen. Die Kreuzpreiselastizität kann also als Maß für die wettbewerbliche Nähe zwischen zwei Produkten interpretiert werden.[32] Bei sich substituierenden Gütern ist mit einem Nachfragerückgang bei einer Preisverringerung des jeweils anderen Produktes zu rechnen. Gemeint sind Güter, welche die gleichen Bedürfnisse befriedigen (z. B. Vanille-Coke und Cherry-Coke). Bei *komplementären Gütern*, welche in Kombination benötigt werden, um ein Bedürfnis zu befriedigen (z. B. Kaffee und Kondensmilch), ist dagegen mit einer Nachfrageerhöhung zu rechnen bei der Preisverringerung des jeweils anderen Produktes zu rechnen. Die Gleichung für die Kreuzpreiselastizität ist gegeben durch:

$$\eta_{ij}(p) = \frac{\partial d_i}{\partial p_j} \cdot \frac{p_j}{d_i} = \frac{\partial ln(d_i)}{\partial ln(p_j)}. \tag{2.15}$$

Auch wenn Kannibalisierungseffekte einen erheblichen Einfluss auf die Preissetzung und den Erlös von Produkten und Produktkategorien haben, ist eine Darstellung der Netzwerke komplex. In Sektion (5.1) wird eine Möglichkeit aufgezeigt, die Preiselastizität eines Produktes abzuschätzen. Für einen Überblick zur Kreuzpreiselastizität sei verwiesen auf Kehder (2005).[33] Um Preiselastizitäten abschätzen zu können, ist eine große Menge an Daten erforderlich. Diese Daten bestehen zum großen Teil aus Verkaufsdaten der Vergangenheit und sollten Verkäufe unter unterschiedlichen Preisen beinhalten. Im Folgenden Kapitel wird aufgezeigt, wie aus Vergangenheitsdaten eine Nachfrageprognose generiert werden kann. Diese dient als Grundlage für die meisten in der Praxis geläufigen DP-Verfahren.

[32] Vgl. Argentesi/Ivaldi (2007): 3.
[33] Vgl. Kehder (2013): 90f.

2.7 Verfahren der Nachfrageprognose

Um DP-Methoden umsetzen zu können, sind Daten aus der Vergangenheit oder in Echtzeit gewonnene Beobachtungsdaten erforderlich. Grundlegend sind dabei Verkaufsdaten der eigenen Produkte, um einen zukünftigen Nachfragestrom prognostizieren zu können. Neben Verkaufsdaten sind jedoch auch andere endogene Faktoren zu berücksichtigen. Z. B. wird analysiert, wie ein Event, das Wetter, der neuste Trend oder eine Aktion die Nachfrage in einer Periode beeinflusst haben. Findet zum Beispiel ein großes Fußballspiel in der Nähe eines Hotels statt, so ist zu erwarten, dass die Nachfrage in der Zeit kurzfristig steigt. Hinzu kommen demografische Kundendaten, welche in Online-Shops häufig zur Anmeldung erforderlich sind aber auch das Datum des Kaufes und die Kaufhistorie der Kunden. Im Online-Handel werden diese Daten dazu verwendet, um gezielt auf andere Artikel hinzuweisen. Im Einzelhandel werden häufig Punktesysteme, wie „Payback“ verwendet, um Daten von Kunden zu sammeln und ihnen Anreize für einen erneuten Kauf in Form von Rabatt zu gewähren. Auch Aktionen, wie Gutscheine, die beim Kauf ausgehändigt werden, haben das Ziel, den Kunden zu einem erneuten Einkauf zu bewegen. Nur bei vorsichtiger Analyse der Verkaufsprozesse unter Berücksichtigung von Kundendaten können die Kausalzusammenhänge zwischen der Nachfrage und den Einflussfaktoren erkannt werden. Beim DP können die Daten dazu verwendet werden, Parameter für eine PAF zu schätzen. Diese PAF ermöglicht dann das Vorhersagen der Nachfrage unter variablen Konditionen. So werden Absatzerhöhungen während Aktionszeiten, aber auch Absatzrückgang bei Preissteigerungen abgeschätzt. Je mehr Produkte eine Interkorrelation aufweisen, desto komplexer wird die Lösung der RM-Anwendung. Eine Methode ist es, die Preise für einzelne Produkte in Vektoren mit den Preisen aller Produkte zu beschreiben. Auf diese Weise ist es möglich, bei der Veränderung des Preises eines bestimmten Produktes die Nachfrage der anderen Produkte zu beobachten und auf Basis dieser die Kreuzpreiselastizität abzuschätzen. Ein Vorteil, der durch den Einsatz von digitalen Preisschildern und Online-Handel entsteht, ist die Möglichkeit, den Preis live zu verändern und das Kundenverhalten zu beobachten. Diese Methode wird als *Live-Price-Testing* bezeichnet und hilft, die Zahlungsbereitschaft der Kundenmenge sowie die Preiselastizität im Einzugsgebiet abzuschätzen. Daten über Kunden können über Umfragen, Beobachtungen oder von externen Dienstleistern erworben werden. Zusätzlich kann es von Nutzen sein, die Preise der Konkurrenten mit in die eigenen Preisentscheidungen zu integrieren.[34]

Es sei zu erwähnen, dass neben den parametrisierten Vorhersagemodellen auch nichtparametrisierte Modelle existieren, welche ausschließlich auf Basis der vergangenen Nachfrage eine Schätzung der zukünftigen Nachfrage ermöglichen. Diese Modelle benötigen jedoch eine große Datenmenge und sind in ihrer Aussagekraft limitiert. Eine weitere Methode, um Nachfrageprognosen zu erstellen, sind neuronale Netze, welche auf Basis großer Datenmengen Muster erkennen und die Prognose dementsprechend selbstständig anpassen. Parametrisierte Modelle haben den Vorteil, dass weniger Daten benötigt werden und das Aussagen über Veränderungen in bestimmten Parametern getroffen werden können. Der Nachteil ist, dass gewisse Annahmen getroffen werden müssen. Die Wahl des Modells ist also entscheidend und eine falsche Wahl

[34] Vgl. Zhao et al. (2019): 2070.

des Modells geht mit einer unpräzisen Voraussage einher. Eine wichtige Modellierungsentscheidung ist zudem die Wahl des Aggregationslevels. Diese ist auch von der Datenquelle abhängig. Werden Preisentscheidungen getroffen, die mehrere Geschäfte einer Kette betreffen, so reichen aggregierte POS-Verkaufsdaten in der Regel aus, um ein Modell zu erstellen. Die Daten können mit Panel-Daten über demographische Kundeninformationen verbunden werden, um genauere Modelle über das Wahlverhalten zu erstellen. Ist jedoch auf Ladenebene über Preisänderungen, wie z.B. *Markdowns* oder *Produkt-Bundeling* zu entscheiden, so sind lokale Verkaufsdaten als Datengrundlage häufig ausreichend.[35]

2.7.1 Abschätzung der Modellparameter

Das Abschätzen der Modellparameter ist ein deskriptiver Prozess, d. h. es werden Daten aus der Vergangenheit benutzt, um Aussagen über die Zukunft zu gewinnen. Die Kalibrierung der Parameter findet in meist größeren Abständen statt. Ist ein Modell einmal parametrisiert, so wird dieses über einen gewissen Zeitraum als gegeben betrachtet und in der operativen Planung verwendet. Die beobachteten Nachfragen werden dann für die Berechnung zukünftiger Parameter mit berücksichtigt. Das Vorhersagemodell wird also im Laufe der Zeit angepasst. Die „Schätzer“ des Modells können auch als Gewichtungen bezeichnet werden, die einem Einflussfaktor mehr oder weniger viel Beschreibungsmacht für die Nachfrage zuschreiben. Bei den parametrisierten Modellen kann die PAF als Verteilungsfunktion $F(z, \vec{\beta}, \vec{y_k}) = P(Z_k \leq z|\vec{\beta}, \vec{y_k})$ definiert werden. Der Vektor $\vec{y_k} = y_{k,1}, ..., y_{k,M}$ bezeichnet Zufallsvariablen, welche tatsächliche Tatbestände widerspiegeln. Hiermit kann der Preis, eine Aktion, das Wetter, die Tageszeit etc. gemeint sein. Der Vektor $\vec{\beta} = (\beta_1, ..., \beta_M)$ bezeichnet die Gewichtungen der einzelnen Ausprägungen der Zufallsvariablen von $\vec{y_k}$. Sind N Beobachtungen der Nachfrage, also N Vektoren $\vec{y_k}$ beobachtet worden, so kann $\vec{\beta}$ so gewählt werden, dass es die Beobachtungen Z_k möglichst genau beschreibt. Da exakte Rückschlüsse auf die Nachfrage in Modellen nicht möglich sind, wird von einem Schätzfehler ξ_k ausgegangen. Die vorliegenden Nachfragedaten Z_k können als Funktion der Ausprägungen der vordefinierten Einflussfaktoren $\vec{y_k}$, den zugehörigen Skalierungsparametern $\vec{\beta}$ und dem Fehlerterm ξ_k dargestellt werden:

$$Z_k = \zeta(\vec{\beta}, \vec{y_k}) + \xi_k. \tag{2.16}$$

Die wohl am häufigsten verwendete Form dieses Modells ist das lineare Modell:

$$Z_k = \vec{\beta}^T \vec{y_k} + \xi_k = 1, ..., N. \tag{2.17}$$

ξ_k ist dabei eine normalverteilte Zufallsvariable, die unabhängig von den beschreibenden Zufallsvariablen $\vec{y_k}$ sein muss. Korreliert ξ_k mit einer der unabhängigen Zufallsvariablen, so ist Z_k *verzerrt*. In dem Fall sollte der Einflussfaktor identifiziert werden, welcher die Korrelation bewirkt und als separater Einflussfaktor modelliert wird. Z_k wird häufig als die abhängige Variable bezeichnet, während die Eigenschaften $y_{k,m}|m \in \{1, ..., M\}$ im Vektor $\vec{y_k}$ als die unab-

[35] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 418.

hängigen Variablen bezeichnet werden. Die Verteilung der abhängigen Zufallsvariable Z_k kann als normalverteilte Zufallsvariable dargestellt werden, da der Fehlerterm eine normalverteilte Zufallsvariable ist. In standardisierter Form ergibt sich die Verteilungsfunktion von Z_k als:

$$F_{Z_k}(z|\vec{\beta}^T, \vec{y_k}) = \Phi(\frac{z - \vec{\beta}^T \vec{y_k}}{\sigma}) \tag{2.18}$$

Das Ziel ist es, aus einer Menge Beobachtungen aus der Vergangenheit die Gewichtungen β so genau wie möglich abschätzen zu können, sodass für zukünftige Beobachtungen $\hat{y}$ eine präzise Abschätzung für die abhängige Variable $\hat{Z}$ ermittelt werden kann. Werden nun N Nachfragewerte $\vec{z_n}$ beobachtet und sind diese unabhängige Realisationen, so kann $\hat{\beta}$ als Funktion dieser Realisationen betrachtet werden. In dem Fall ist $\hat{\beta}(\vec{Z_k})$ selbst eine Zufallsvariable, da $\vec{Z_k}$ ein Vektor aus Zufallsvariablen ist. Damit die Schätzparameter $\hat{\beta}$ den wahren Wert der Parameter für $\vec{\beta}$ möglichst gut treffen, sollte $\hat{\beta}$ nicht verzerrt sein. Es sollte also gelten $E(\hat{\beta}(\vec{Z_k})) = \vec{\beta}$. Wenn diese Eigenschaft gilt, dann ist der Schätzer ein unverzerrter Schätzer. Da ein Modell komplexe Sachverhalte in eine komprimierte, einfach zu verstehende Form bringen soll, ist ein Schätzwert in der Regel nicht perfekt unverzerrt. Der Schätzer wird daher als unverzerrt bezeichnet, wenn gewisse Toleranzgrenzen nicht unterschritten werden. Zudem gilt, je größer die Stichprobe, desto genauer werden die Werte für $\vec{\beta}$. Intuitiv lässt sich dies dadurch begründen, dass bei steigender Beobachtungsanzahl N der Einfluss des Fehlerterms immer besser prognostizierbar ist. Wenn ein Schätzer $\hat{\beta}$ für hinreichend viele Beobachtungen unverzerrt ist, so wird er als asymptotisch unverzerrt bezeichnet. Eine weitere wünschenswerte Eigenschaft der $\hat{\beta}$-Werte ist die Effizienz. Diese Eigenschaft besagt, dass die Varianz der Zufallsvariable $\hat{\beta}$ minimal ist. Dazu sollte der Schätzwert konsistent sein, also für ausreichend große Stichproben dem wahren Wert β entsprechen.[36]

2.7.2 Methode der kleinsten Quadrate

Eine weit verbreitete Methode, um die Schätzer $\vec{\beta}$ zu schätzen, ist die Methode der kleinsten Quadrate (Engl. Minimum Least Squares). Intuitiv wird bei der Methode der kleinsten Quadrate der Abstand der Funktion, welche die Nachfrage Z_k beschreiben soll $\zeta(\vec{\beta}, \vec{y_k})$ und der tatsächlich beobachteten Nachfrage z_k minimiert. Dieser Prozess wird auch als Fitting bezeichnet. Formal ergeben sich die Schätzer also aus dem Minimierungsproblem:

$$\min_{\vec{\beta}} \sum_{k=1}^{N} [z_k - \zeta(\vec{\beta}, \vec{y_k})]^2 \tag{2.19}$$

Gelten bestimmte Annahmen, wie dass die Fehlerterme ξ normalverteilt, homoskedastisch und unabhängig voneinander sowie die unabhängigen Variablen $\vec{y}$ unkorreliert sind und $\zeta(\vec{\beta}, \vec{y_k})$ linear ist, so kann das Problem mit Hilfe von linearen Regressionsmethoden vereinfacht gelöst werden. In Matrixschreibweise ergibt sich nach dem partiellen Ableiten nach $\vec{\beta}$ unter Berücksichtigung der Bedingung erster Ordnung die Gleichung:

[36] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 421f.

$$\hat{\beta} = (\mathbf{Y}^T\mathbf{Y})^{-1}(\mathbf{Y})^T z. \tag{2.20}$$

Dabei ist $\hat{\beta}$ als der beste Schätzer für die Stichprobenmenge anzusehen. Aus diesen Schätzern lassen bei beliebigen Realisationen der unabhängigen Variablen $\vec{y_k}$ Vorhersagen über die Nachfrage treffen. Als kleines Beispiel dient der Verkaufsstand für Würstchen an einem Fußballstadion. Der Verkäufer kennt die Mannschaften, die am nächsten Tag im Stadion spielen werden und das Wetter. Die Beliebtheit der Mannschaft y_1, sowie die Güte des Wetters y_2 werden als unabhängige Zufallsvariablen behandelt. Beobachtet der Verkäufer die Anzahl der verkauften Würstchen über einen längeren Zeitraum, lässt sich der Einfluss der Beliebtheit der spielenden Mannschaften, sowie der Einfluss des Wetters modellieren und der Verkäufer kann seine Einkaufsmenge dem entsprechend konfigurieren. Im DP werden Regressionsmethoden verwendet, um die Preiselastizität von Produkten abzuschätzen. Variiert der Würstchenverkäufer den Preis an verschiedenen Tagen, so ließe sich der Preis als unabhängige Variable definieren und der zugehörige Schätzer β gibt einen guten Anhaltspunkt für die Berechnung der Preiselastizität des Produktes. Weitere beliebte Methoden, um gute Schätzer zu finden, sind die Maximum-Likelihood-Methode, in der die Wahrscheinlichkeit (Likelihood), dass eine Stichprobe unabhängiger Zufallsvariablen $\vec{y_k}$ zu der abhängigen Zufallsvariable Z_k geführt hat, über Variation der Schätzer $\vec{\beta}$ maximiert wird. Wichtig ist, dass keine Endogenität entsteht. Endogenität entsteht, sobald der Fehlerterm $\vec{\xi}$ mit einer der unabhängigen Zufallsvariablen $\vec{y_k}$ korreliert, sodass $E[\vec{y_k}^T \cdot \vec{\xi}] \neq 0$ für alle Beobachtungen gilt. Ist dies der Fall, so sind die Schätzer $\vec{\beta}$ verzerrt und führen zu fehlerhaften Prognosen.[37]

2.8 Prognoseverfahren

Um konkrete Nachfragewerte für eine Periode in der Zukunft voraussagen zu können, werden die kausalen Zusammenhänge, aus denen sich diese Nachfrage zusammensetzt, häufig vernachlässigt. Stattdessen werden die Nachfragedaten der Vergangenheit beobachtet, um daraus Prognosen zu erstellen. Da es häufig vonnöten ist, schnell Entscheidungen zu treffen und die Nachfrage für mehrere Produkte abzuschätzen, sind die Modelle, welche in der Praxis überwiegend Verwendung finden, auf kurze Rechenzeiten ausgelegt. Die Rechenprozesse finden meist in der Nacht statt, sollten deswegen nicht länger als 8 Stunden Zeit in Anspruch nehmen. Die Kalibrierung des Modells wird in größeren Abständen vorgenommen und beansprucht Zeit und Feingefühl der Analysten. Um die folgenden Methoden zu veranschaulichen wird von einem beispielhaften Nachfragestrom eines WPC-Möbelherstellers ausgegangen. Die genauen Nachfragewerte sind in Tabelle 7.5 im Anhang zu finden.

In diesem Nachfrageverlauf liegt sowohl ein Trend, als auch eine saisonale Komponente vor. Im Folgenden wird zunächst erläutert, wie man anhand von dekompositorischen Verfahren die einzelnen Komponenten der Zeitreihe extrahiert. Danach werden Analysetechniken von Zeitreihen erläutert, welche das Ziel haben, für eine Periode $t + k$ einen möglichst guten Schätzer $\hat{y}(t + k)$ für die wahre Nachfrage $y(t + k)$ zu finden. Eine weit verbreitete Klasse der Nachfragepro-

[37] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 422–434.

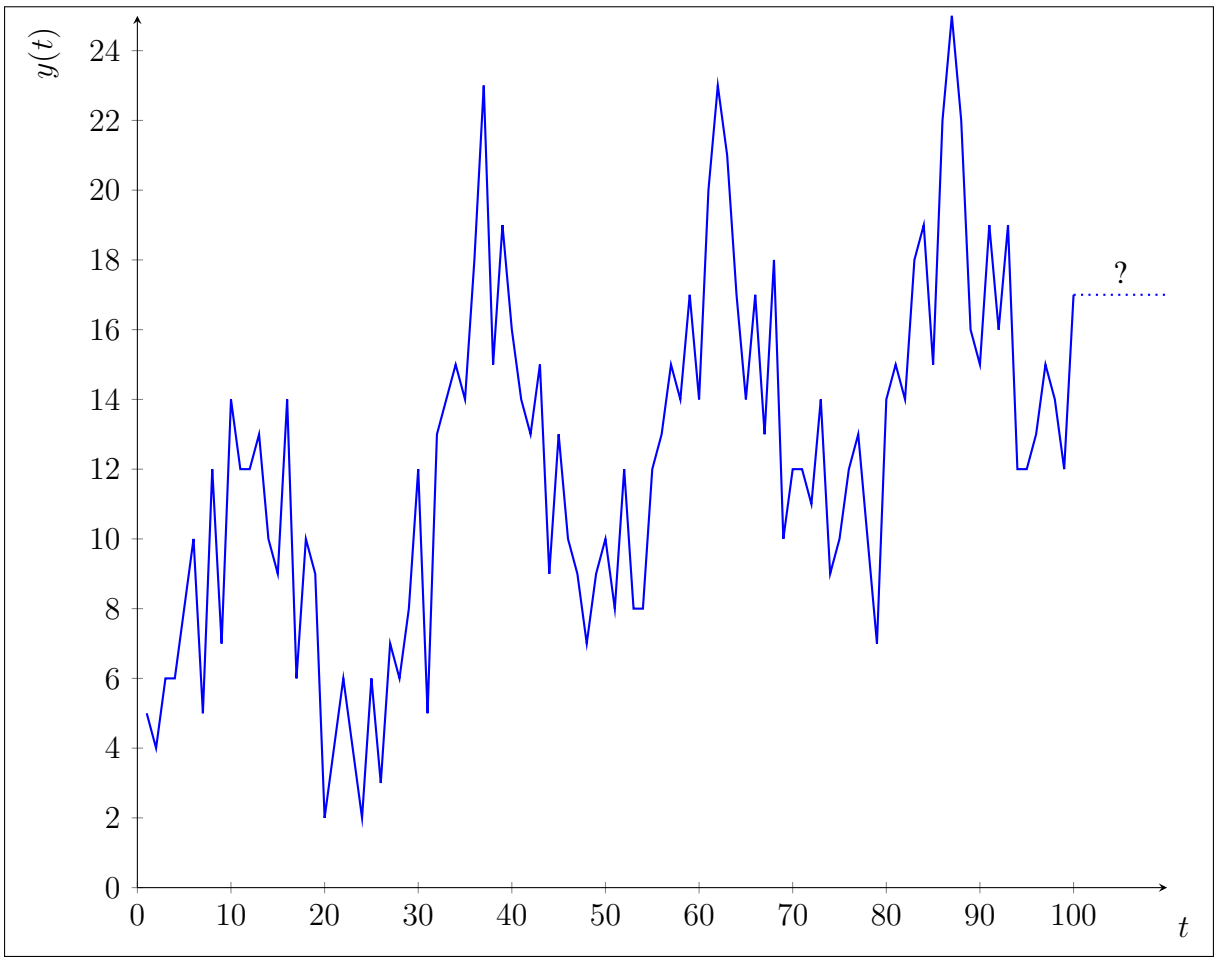

Abbildung 2.3: Beispielhafter Nachfragestrom mit saisonalem und trendförmigem Verlauf. (Eigene Darstellung)

gnoseverfahren sind die sogenannten Ad-Hoc-Prognoseverfahren. Der Name Ad-Hoc stammt daher, dass der Algorithmus die Nachfrage des aktuellen Zeitpunkts aus den strukturellen Daten der Vergangenheit ableitet. Daher werden diese Methoden auch strukturelle Prognoseverfahren genannt. Ex ante werden die vergangenen Nachfragewerte $y_1, y_2, ..., y_t$ verwendet um ex post eine Vorhersage über die zukünftigen Nachfragen y_{t+k} zu treffen. Dabei wird unterstellt, dass die Nachfrage sich aus mehreren Faktoren zusammensetzt, die über Dekomposition voneinander getrennt werden. Die drei Faktoren sind:

1. **Level**: Der Durchschnittswert der Nachfrage, welcher durch eine Gerade mit der Steigung 0 dargestellt wird. Im Weiteren wird der Schätzer der Level-Komponente als A_t (Average) bezeichnet.

2. **Trend**: Der Trend in einer Nachfrage bezeichnet ein konstantes Wachstum bzw. einen konstanten Niedergang der Nachfrage im Zeitablauf. Im weiteren wird der Schätzer der Trend-Komponente als T_t bezeichnet.

3. **Saisonalität**: Saisonalität kennzeichnet sich durch zyklische Schwankungen der Nachfrage im Zeitablauf. Klassische Beispiele für Produkte, welche zyklischen Nachfrageschwankungen unterliegen sind Skier und Sonnencreme. Im Weiteren wird der Schätzer

der Level-Komponente als S_t bezeichnet.

Ein beliebiger Nachfragestrom kann in diese drei Komponenten unterteilt werden. Was übrig bleibt, wird als zufällige Abweichung oder Fehlerterm interpretiert. Abbildung 2.3 zeigt den Nachfragestrom aus Tabelle 7.5, welcher in den folgenden Untersektionen in die verschiedenen Komponenten zerlegt wird, sodass sowohl saisonale Einflüsse als auch der Trend separat quantifizierbar sind.

Konstante Nachfrage

Eine intuitive heuristische Methode, um eine Prognose für eine zukünftige Nachfrage, hier als $\hat{y}_{t+k}$ bezeichnet, aus t Vergangenheitswerten $y_1, ..., y_t$ zu generieren, ist die Ratio-to-Moving-Average-Methode. Sei M eine Zahl, wobei $M < t$, so ist die Prognose der Nachfrage für Periode $t + 1$:

$$\hat{y}_{t+1} = \frac{y_t + y_{t-1} + ... + y_{t-M+1}}{M}. \tag{2.21}$$

M ist die Anzahl der letzten Perioden, die als relevante Referenzgröße für die zukünftige Nachfrage eingestuft werden. Dies folgt aus der Annahme, dass Perioden, die weiter in der Vergangenheit liegen, als Schätzwert für die heutige Nachfrage schlechter geeignet sind als *kürzlich beobachtete Nachfragewerte*. Obwohl diese Methode einfach zu implementieren ist und eine geringe Rechenzeit in Anspruch nimmt, hat sie Nachteile. Ist der Zeitraum, der als Referenzgröße eingestuft wird, zu klein gewählt, so können Ausreißer die Prognosewerte verzerren. Unterliegt die Nachfrage zudem einem Trend, so läuft die Prognose diesem Trend systematisch hinterher. Eine Methode, um diesem Phänomen entgegenzuwirken, ist die Methode der exponentiellen Glättung.

Trendförmige Nachfrage

Die Methode der exponentiellen Glättung ist weit verbreitet bei dem Einsatz von RM-Methoden in der Praxis, da sie leicht zu verstehen und umzusetzen ist. Das Grundprinzip lässt sich leicht an der einfachsten Methode der exponentiellen Glättung erklären. Die Nachfrage einer zukünftigen Periode $\hat{y}_{t+1}$ ergibt sich aus der Formel:

$$\hat{y}_{t+q} = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot \hat{y}_{t-1}t. \tag{2.22}$$

Der Parameter α ist ein Skalierungsparameter und gibt an, mit wie viel Gewicht die aktuelle Nachfrage in die Kalkulation mit einfließt. Kleine α-Werte Glätten die Nachfrage stärker, sodass aktuelle Werte weniger stark in die Nachfrageprognose einbezogen werden. Das führt dazu, dass die Prognose weniger anfällig für Ausreißer ist, jedoch auch weniger responsiv gegenüber Änderungen im Konsumverhalten. Hohe α-Werte hingegen gehen mit responsiveren Prognosen einher, reagieren jedoch sensibel auf Ausreißer. In der Praxis werden α-Werte von $0,05$ bis $0,3$ empfohlen. Die Berechnung der Prognose beginnt bei dem ersten relevanten Beobachtungswert der Nachfrage und wird rekursiv bis zur aktuellen Periode durchgeführt. Die Prognose kann auch als eine gewichtete Summe der in der Vergangenheit beobachteten Nachfragen betrachtet

werden. Dies zeigt, dass eine Prognose die Werte aus weiter zurückliegenden Perioden weniger stark berücksichtigt:

$$\hat{y}_{t+1} = \alpha \sum_{j=0}^{t} (1-\alpha)^j y_{t-j}. \tag{2.23}$$

Liegt ein Trend vor, so läuft auch die exponentielle Glättung erster Ordnung diesem hinterher. Eine Methode, um eine trendförmige Nachfrage in der Prognose mit zu berücksichtigen, ist die exponentielle Glättung zweiter Ordnung. Um die Berechnung durchzuführen, wird ein weiterer Parameter β benötigt. Dieser skaliert die Aktualisierung der Trend-Komponente T_t der beobachteten Nachfrage und passt diese dynamisch an.[38] Die Formeln lauten:

$$\hat{y}_{t+k} = \hat{A}_t + \hat{T}_t \cdot k, \tag{2.24}$$

$$\hat{A}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)(\hat{A}_{t-1} + \hat{T}_{t-1}), \tag{2.25}$$

$$\hat{T}_t = \beta(\hat{A}_t - \hat{A}_{t-1}) + (1-\beta)\hat{T}_{t-1}. \tag{2.26}$$

Dabei bezeichnet $\hat{A}_t$ den Achsenabschnitt der Trendgeraden (2.24). $\hat{T}_t$ bezeichnet die Steigung der Trendgeraden, welche für eine beliebige Periode in der Zukunft $t + k$ Prognosewerte für die Nachfrage liefert. Bei der Berechnung der Parameter muss ein Initialparameter für $\hat{A}_0$ und $\hat{T}_0$ gewählt werden. Für $\hat{T}_0$ ist die durchschnittliche Steigung zwischen den einzelnen Perioden meist ein geeigneter Schätzer. Für $\hat{A}_0$ lässt sich $y_1 - \hat{T}_0$ verwenden. 1960 wurde das Verfahren von Holt erweitert, um saisonale Einflüsse modellieren zu können.[39]

Saisonale Nachfrage

Besteht ein sich wiederholendes Muster in der Nachfrage über einen bestimmten Zeitraum, so kann dies auf zyklische Nachfrageschwankungen hinweisen. Um den saisonalen Einfluss zu berechnen, ist die saisonale Komponente S_t zunächst von der glatten Komponente ta_t zu trennen, welche sowohl Trend als auch die Durchschnittsnachfrage beschreibt. Die saisonale Komponente kann extrahiert werden, indem die „Ratio to Moving Average“ gebildet wird:

$$S \cdot I = \frac{T \cdot A \cdot S \cdot I}{T \cdot A}. \tag{2.27}$$

Wobei I die zufälligen Schwankungen in der Nachfrage darstellt. Wurde eine Nachfrage über n Zyklen beobachtet und besteht jeder Zyklus aus M saisonalen Phasen, so kann die glatte Komponente wie folgt berechnet werden:

$$ta_{tm} = \frac{1}{2 \cdot k + 1} \cdot \sum_{j=t-k}^{t+k} y_j \tag{2.28}$$

bei ungeraden Werten der Ordnung $M = 2\dot{k} + 1$ und

[38] Vgl. Holt (2004): 5–10.
[39] Vgl. Winters (1960): 324–342.

$$ta_{tm} = \frac{1}{2 \cdot k} \cdot (0.5 \cdot y_{t-k} + \sum_{j=t-k+1}^{t+k-1} y_j + 0.5 \cdot y_{t+k}) \tag{2.29}$$

bei geraden Werten der Ordnung $M = 2 \cdot k$. Durch die Mittelung der Nachfrage aller umliegenden Saisonperioden wird die Saisonalität aus der Nachfrage extrahiert. In dem Beispielfall ist die Saisonlänge 25 Perioden. Es werden vier Zyklen betrachtet. Somit ist die Saisonlänge ungerade und es wird Gleichung (2.28) verwendet um die glatte Komponente auszurechnen. k ist dabei eine halbe Saisonlänge. Der Wert der Saisonperiode ist in diesem Fall ungerade und wird deshalb auf $k = 12$ abgerundet. Weil der Laufindex der Summe bei $t - k$ beginnt und bei $t + k$ endet, ist ta_{tm} nur für die Perioden 13 bis 87 definiert. Bei größeren Zeitreihen mit mehreren Saisonperioden ist der Verlust durch die Hälfte der ersten Saison und die Hälfte der letzten Saison nicht relevant. Bei vier Zyklen stellt sich die Frage, ob die *Größe der Datengrundlage* ausreicht, um eine präzise Schätzung für die Saisonfaktoren zu gewährleisten. Die Saisonfaktoren si_{tm} können dann für alle Jahre t und alle Saisonperioden m durch $si_{tm} = y_{tm}/ta_{tm}$ bestimmt werden. Der durchschnittliche Saisonfaktor s_m lässt sich durch

$$s_m = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^{n} si_{tm} \tag{2.30}$$

bestimmen. Für die spätere Berechnung wird der Saisonfaktor s_m standardisiert, sodass $\sum s_m = M$ ergibt:

$$\hat{s}_m = s_m \cdot \frac{M}{\sum_{m=1}^{M} sm}. \tag{2.31}$$

Die Prognosewerte für zukünftige Perioden lassen sich mit Hilfe der glatten Komponente bestimmen. Dabei wird die exponentielle Glättung zweiter Ordnung durchgeführt, jedoch wird anstatt der beobachteten Nachfrage in Periode t die saisonbereinigte Nachfrage tai_t mit α skaliert als Grundlage für die Berechnung der Parameter der Trendgerade verwendet:

$$\hat{y}_{t+1} = (\alpha \cdot \frac{y_t}{\hat{s}_{m(t)}} + (1 - \alpha) \cdot y_{t-1}^{(1)s}) \cdot \hat{s}_{m(t+1)}. \tag{2.32}$$

$y_{t-1}^{(1)s}$ ist dabei die saisonbereinigte Glättung erster Ordnung der Vorperiode. Durch Multiplikation mit $\hat{s}_{m(t+1)}$ wird der saisonale Einfluss der saisonbereinigten Prognose hinzugefügt. Um die Nachfrage in den kommenden Perioden um die Trendkomponente T_t zu erweitern wird nun die Glatte Komponente tai_t doppelt exponentiell geglättet und es werden, wie in Sektion (2.8) gezeigt die Parameter $\hat{A}_t$ und $\hat{T}_t$ berechnet. Die Nachfragewerte für zukünftige Perioden ergeben sich dann aus

$$y(t + j) = (\hat{A}_t + \hat{T}_t \cdot j) \cdot \hat{s}_{m,(t+j)}. \tag{2.33}$$

Abbildung 2.4 zeigt, wie der Algorithmus die Nachfrage in den zukünftigen Perioden prognostiziert. Es ist zu sehen, dass das Muster des saisonalen Einflusses klar zu Erkennen ist. Außerdem

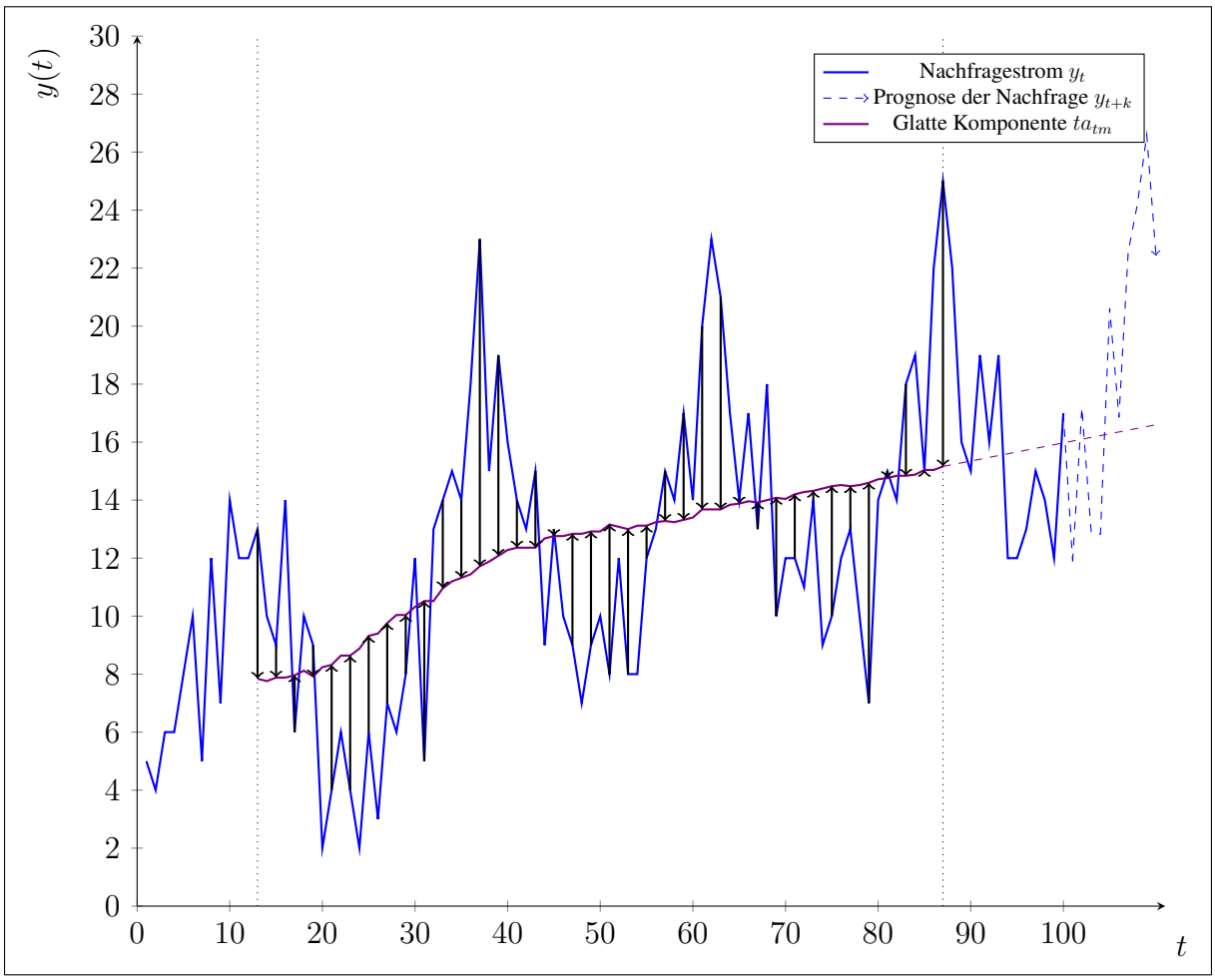

Abbildung 2.4: Schätzungen der zukünftigen Nachfragewerte $\hat{y}_{t+k}$. (Eigene Darstellung)

wird der Wachstumstrend im Nachfragestrom fortgeführt. Die Werte für den Nachfragestrom können in Sektion (7.5) im Anhang nachgelesen werden.

3 Dynamic Pricing

Wenn von DP die Rede ist, ist in den meisten Fällen die zeitdynamische Preissetzung gemeint. Der Preis wird anbieterseitig festgelegt, kann jedoch im Zeitablauf variieren. In der Literatur werden auf Grund der Vielseitigkeit des Themas und der methodischen Überschneidungen mit anderen Bereichen des RM, wie der Kapazitätssteuerung zahlreiche Definitionen für DP vorgeschlagen. Talluri und van Ryzin bezeichnen DP-Methoden zum Beispiel als:

„*Given an initial inventory of items and a finite horizon over which sales are allowed, we are concerned with the tactical problem of dynamically pricing the items to maximize the total expected revenue.*[1]“ - Talluri van Ryzin (2004)

Es wird also in der Regel von einem diskreten, bzw. kontinuierlichen aber endlichen Zeithorizont ausgegangen, in dem eine fixe Bestandsmenge verkauft wird. Das Ziel von DP ist es, den Erlös in diesem Zeitraum zu maximieren. Dies geschieht durch die Anpassung des Preises unter der Annahme, dass die Nachfrage preissensitiv ist und mit zunehmendem Preis sinkt. Es wird grob zwischen zwei Zielstellungen unterschieden, die DP verfolgt[2]:

Berücksichtigung zeitinhomogener Zahlungsbereitschaften

Die Zahlungsbereitschaften der Kunden für Produkte variieren im Zeitablauf. Entscheidend ist hierfür die Preissensitivität der Kunden, welche bei verderblichen und saisonalen Produkten in späteren Perioden abnimmt. Auch bei Elektronikartikeln, wie Smartphones, ist eine inflationäre Zahlungsbereitschaft maßgebend für die unterschiedliche Preissetzung im Zeitablauf. In den genannten Branchen werden durch die abnehmenden Zahlungsbereitschaften sogenannte Markdownstrategien verfolgt. Während in anderen Branchen, wie der Flugindustrie durch die abnehmende Elastizität der Nachfrage bei Geschäftsreisenden, welche den Flug nicht privat zahlen müssen, Markupstrategien praktiziert werden.

Reaktion auf unerwartete Nachfrageschwankungen

Wie bereits in Sektion (2.8) erläutert, werden für die Nachfrageschätzung zahlreiche quantitative Methoden verwendet. Allerdings sind gewisse Faktoren der Nachfrage, wie Trends oder Krisen nur schwer zu modellieren. Dazu kommt, dass bei neuen Produkten die Nachfrage auf Grund von wenigen bis keinen Referenzwerten allein auf Schätzungen basiert. Fällt die Nachfrage daher unerwartet gering aus, so kann es dazu führen, dass am Ende des finiten Zeithorizonts noch Produkte auf Lager sind, welche unbrauchbar werden. Fällt die Nachfrage unerwartet hoch aus, so werden die Produkte bereits weit vor Ablauf des Zeithorizonts ausverkauft sein. Im ersten Fall könnte es vorteilhaft sein die Preise zu senken, um der unerwartet geringen Zahlungsbereitschaft der Kunden entgegenzukommen. Im zweiten Fall kann es erlösmaximierend sein, die Preise anzuheben, um

[1] Gallego/van Ryzin (1994): 999.
[2] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004a): 207, Klein (2008): 180f.

das Produkt an Kunden zu verkaufen, die höhere Zahlungsbereitschaften haben. Hierbei ist der Zeithorizont möglichst effizient auszunutzen.

Im Folgenden werden grundlegende Modellierungsannahmen für DP-Probleme vorgestellt und anhand von den Beispielen in Sektion (2.5) erläutert. Auf die in Kapitel (5) analysierten Modelle besonders relevanten Modellierungstechniken wird dabei der inhaltliche Fokus gelegt. Für einen deutschsprachigen Literaturüberblick empfiehlt sich Gönsch/Klein/Steinhardt (2009).[3] Entsprechend verwendete Literatur wird kapitelspezifisch referenziert.
Zunächst wird ein Überblick über Branchen gegeben, in denen dynamische Preissetzung bereits Anwendung findet.

3.1 Dynamische Preissetzung im Groß- und Einzelhandel

Einzel- und Großhandel sind ein klassisches Anwendungsfeld für dynamische Preissetzung. In der Lebensmittelindustrie werden Produkte verkauft, die durch ihre Verderblichkeit eine Verkaufsfrist haben. Anbieter für Technologieprodukte sind durch die ständige Weiterentwicklung des technischen Standards gezwungen, die Preise laufend anzupassen. Ressourcenknappheit bewirkt, dass Angebotsengpässe für gewisse Produkte entstehen, dessen gleichbleibende Nachfrage eine höhere Preissetzung für die Anbieter attraktiv macht. Häufig angewandte Mittel, um im Einzelhandel dynamische Preissetzung zu betreiben, sind Aktionen und Rabatte. Dabei unterscheiden sich die Verkaufswege zwischen Brick-and-Mortar-Verkäufen vor Ort, Onlineverkäufen oder dem Verkauf über Kataloge. Da der Einzelhandel eine große Produktpalette abbildet, sind RM-Methoden stark von den Produkten abhängig. Dazu gibt es Einzelhandelsunternehmen, welche große Produktpaletten häufig von mehreren Produzenten verkaufen. Durch die Konkurrenz auf dem Markt sind die Margen selten höher als 5 %[4]. Da Kunden jedoch unterschiedliche Präferenzen in Bezug auf Produktwahl, Verkaufskanal, Suche nach günstigen Preisen aber auch Kundenservice haben, können Groß- und Einzelhandelsunternehmen durch ihre Kanal- und Standortwahl sowie die Wahl des Kauf- und Verkaufszeitpunktes, Einfluss auf die Absatzmengen nehmen. Durch die große Anzahl an unterschiedlichen Produkten, die gleichzeitig angeboten werden, müssen zudem viele Preise koordiniert werden. Es ist zu berücksichtigen, dass viele Produkte im Einzelhandel über das ganze Jahr hinweg ohne Kapazitätsbeschränkungen verfügbar sind. Daher sind die Kriterien für Produkte aus Untersektion (2.3), bei denen DP-Methoden angewandt werden können, nicht immer erfüllt. Trotzdem sind temporäre Preisnachlässe im Einzelhandel alltäglich. In Sektion (3.8) werden die Gründe dafür genauer erläutert.

3.1.1 Saisonale Güter

Kleidung ist ein typisches Beispiel für ein saisonales Produkt. Der Lebenszyklus von Modeartikeln ist durch den sich ständig verändernden Modegeschmack der Kunden und die klimatischen Veränderungen innerhalb eines Jahres klar strukturiert. Ein Produkt, welches am Ende der

[3] Vgl. Gönsch/Klein/Steinhardt (2009): 1–38.
[4] Vgl. CSI Market (2021).

Saison nicht verkauft wurde, wird häufig über Rabatte oder Outlet-Zentren mit niedrigen Preisen verkauft. Die Kleidung wird oft in anderen Ländern produziert und in großen Mengen vor dem Saisonbeginn eingeschifft. Da die Produktion unflexibel ist, wird sich bereits vor Beginn der Saison auf eine Verkaufsmenge festgelegt. Durch die Struktur eines festgelegten Inventars und eines begrenzten Verkaufszeitraums bieten sich daher Markdown-Strategien für den Verkauf, ähnlich wie in der Ticketindustrie an. Die Produkte variieren von Saison zu Saison, daher können Verkaufsdaten aus der Vergangenheit nur begrenzt zur Bedarfsvorhersage verwendet werden. Da die Produkte jedoch nicht unbrauchbar werden, wenn die Saison endet, sind sie von Lebensmitteln sowie Tickets zu unterscheiden. Der Anfangspreis eines Produktes wird in der Regel auf einen bestimmten Wert fixiert, der stark von Markennamen und der Qualität des Produktes bestimmt wird. Während der Verkaufsperiode wird der Preis dynamisch heruntergesetzt, sollte das Produkt nicht erwartungsgemäß verkauft werden. Das RM-System unterstützt demnach bei Einkaufsentscheidungen und Preisreduktionsentscheidungen, aber auch bei der richtigen Allokation von Produktvarianten, wie verschiedenen Farben und Größen. Bei Saisonbeginn sind die Absatzmengen für neue Modeartikel nur schwer prognostizierbar. In der Praxis werden daher oft zunächst hohe Preise für neue Produkte gesetzt, deren Nachfrageprognose mit Hilfe von dynamischen Prognoseverfahren, wie Bayes'sche Nachfrageprognose (siehe Sektion (7.2)) angepasst wird. Im Kontext von Saisonalität wird strategisches Kundenverhalten, welches in Sektion (3.6) genauer erläutert wird, zunehmend relevant. Strategisch agierende Kunden antizipieren Preisreduktionen und verzögern ihre Kaufentscheidungen. Pashigian stellt heraus, dass Mode oder der wandelnde Geschmack der Gesellschaft ein Grund für die sich ändernden Zahlungsbereitschaften der Kunden ist[5]. In einem Folgeartikel liefert er weitere empirische Daten für Markdown-Strategien für die Kleidungsindustrie und schlägt die Preisdiskriminierung und unsichere Nachfrage als Erklärung für die Anwendung dieser Strategie vor[6]. Soysal und Krishnamurthi (2012) zeigen ein Modell, welches unter Berücksichtigung von limitiertem Angebot, fallenden Preisen und sinkendem Nutzen der Produkte mit fortschreitender Saison, dass eine nicht Berücksichtigung des strategischem Kundenverhaltens zu einer Fehleinschätzung der Preissensibilität der Kunden und zu geringeren Erlösen aus Markdown-Strategien führt[7].

3.1.2 Lebensmittel

Die Lebensmittelindustrie unterscheidet sich von der Kleidungsindustrie hauptsächlich darin, dass die Produkte schneller konsumiert werden. Der kürzere Lebenszyklus führt dazu, dass Kunden häufiger Lebensmittel kaufen als Kleidung. Die Lebensmittelindustrie ist jedoch starken Interdependenzen der Produkte ausgesetzt. In den meisten Märkten gibt es für jede Produktart viele Marken zu kaufen und das Wechseln der Produkte ist mit zu vernachlässigbaren Transaktionskosten für die Konsumenten verbunden. Daher wird das Konsumverhalten häufig verändert. Durch Rabattaktionen kaufen Kunden zudem große Mengen eines Produktes ein, um dieses zu lagern. Dieser Effekt wird auch *Stockpiling* genannt und kann die Absatzplanung eines

[5] Vgl. Pashigian (1988): 951.
[6] Vgl. Pashigian/Bowen (1991): 1036f.
[7] Vgl. Soysal/Krishnamurthi (2012): 314f.

Unternehmens durcheinanderbringen. Zum einen besteht die Gefahr, dass die Produkte weiterverkauft werden, wenn der Preis wieder steigt und die Kunden, die das Produkt lagern, werden in naher Zukunft das Produkt nicht mehr benötigen. Kunden sind generell preissensibler, wenn das Produkt in geringen Abständen gekauft wird, was zu einer hohen Preiskonkurrenz und geringen Margen führt. Da Lebensmittelhändler sowie Supermärkte eine Vielfalt an Marken und Produkten anbieten, konzentrieren sich diese nicht auf die DP-Strategie von einzelnen Produkten, sondern optimieren den Erlös aus Produktkategorien. Das wird auch als „Category Management " bezeichnet. Ein interessantes Vorgehen ist die „Loss Leader"-Strategie. Dabei werden Produkte, welche häufig gekauft werden und als Indikator für die Preise eines Supermarktes gelten (Milch, Eier, Fleisch etc.) mit geringen Preisen, teilweise unter den Einkaufs- oder Produktionskosten, gehandelt. Die Idee ist, dass Kunden, die diese Produkte regelmäßig benötigen, zu dem Laden gehen, welcher diese Produkte am günstigsten anbietet und dort auch andere Produkte kaufen, welche höhere Gewinnmargen haben.[8] Da in der Lebensmittelindustrie so viele Produkte angeboten werden, sind Preisanpassungen ohne elektronische Preisschilder mit hohen Kosten verbunden. In der Praxis tauschen Angestellte vor Aktionen die Preisschilder aus oder kleben Rabattaufkleber auf bald auslaufende Produkte. Eine marktübergreifende Änderung dieser Strategie hat bisweilen nicht stattgefunden. Durch die flexible Lagerauffüllung sind die Preise im Lebensmitteleinzelhandel jedoch meist fix und werden in den meisten Fällen nur durch Rabattaktionen oder Ausverkaufsaktionen von verderblichen Gütern verändert.[9]

3.1.3 Online-Handel

Die Einführung des Internethandels hat die Landschaft für den Einzelhandel drastisch verändert. Zum einen ist es Kunden möglich, durch Preisvergleichswebseiten in Echtzeit die Preise von sämtlichen Anbietern zu vergleichen. Andererseits ist aus der Sicht des Anbieters eine Preisänderung innerhalb von Sekunden ohne signifikante Kosten möglich. Durch die Benutzung von Cookies und meist verpflichtender Anmeldung des Kunden bei der Website können gezielt Daten über die Konsumpräferenzen des Kunden gewonnen und für Marketing-Zwecke verwendet werden. So können dynamisch Produktbundles vorgeschlagen werden oder Produkte, die andere Kunden kauften, welche sich für den selben Artikel interessierten. Zudem können Kunden durch die generierten Informationen besser segmentiert werden. Ein Kunde, der in der Vergangenheit nach günstigen Produkten und Rabatten gesucht hat, wird auch in der Zukunft weniger wahrscheinlich einen teuren Preis für ein Markenprodukt bezahlen, als ein Kunde, welcher in der Vergangenheit solche Produkte erworben hat. Diese Kundensegmentierung führte in der Vergangenheit jedoch zu Aufruhr in der Gesellschaft. Eine homogene DVD wurde vom selben Online-Händler verschiedenen Kunden zur gleichen Zeit für unterschiedliche Preise angeboten.[10] Basierend auf dem Grundgedanken der variierenden Zahlungsbereitschaft eines jeden Kunden ist ein solches Handeln für einen Verkäufer rational. Aus Kundensicht sinkt jedoch das Vertrauen in den Händler, da jeder Kunde die Erwartungen hat, ein gleiches Anrecht auf

[8] Vgl. Hess/Gerstner (1987): 358.
[9] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 178f.
[10] Vgl. Baker et al. (2001): 60f.

niedrige Preise zu haben.[11] Nichts desto trotz ist die flexible Preissetzung im Internethandel eine Möglichkeit, um die Preissensibilität des Marktes für ein bestimmtes Produkt herauszufinden. Wird der Preis nicht kundenspezifisch variiert, sondern für alle Kunden gleichermaßen im Zeitablauf angepasst, so kann auf Grund der Absatzveränderung eine gute Schätzung für die Preissensibilität gewonnen werden. Dieses Vorgehen heißt Demand Learning. Ein Beispiel dafür wird in Sektion (5.1) gegeben.

3.1.4 Zusammenfassung

Was den Groß- und Einzelhandel von anderen Märkten, in denen RM-Strategien eingesetzt werden, unterscheidet, ist die Fokussierung auf die Preisanpassung, anstatt die Angebotsmenge zu variieren. Da die Produkte und Bedürfnisse der Kunden sich im Laufe der Zeit verändern, sind die Bedarfsmengen der Vergangenheit nur begrenzt ein Indikator für die Verkäufe in der Zukunft. Daher werden Preise sowie Bestellmengen während der Verkaufssaison regelmäßig der Nachfrage angepasst. Ein wichtiges Maß für die richtige Preissetzung ist die Preiselastizität für ein Produkt, welche angibt, wie sich die Nachfrage im Verhältnis zum Preis verändert. RM-Systeme bieten neben der automatischen Preisanpassung auch weitere Vorteile. Diese sind zum Beispiel die Abschätzung der Effektivität von Rabattaktionen und Marketingkampagnen. Ebenso ist es möglich, die Preise der Konkurrenz zu beobachten und seine Preise diesen flexibel anzupassen. Durch die Flexibilität lassen sich Abschätzungen über die Preiselastizität eines Produktes machen und Berichte über die Verkaufsleistung unter verschiedenen Preisen erstellen.

3.2 Dynamische Preissetzung bei einem Produkt

3.2.1 Deterministische Nachfrage

Unter der Annahme, dass die Kunden sich *myopisch* verhalten, es keine Auffüllung des Bestandes gibt, eine infinite Kundenpopulation existiert und die Firma ein Monopolist ist, lassen sich die Preise als eine Funktion der Zeit $p(t)$ beschreiben. Die daraus resultierende PAF $d(p,t)$ sei monoton fallend und konvergiere für hinreichend hohe Preise $p \in \Omega_p$ für jeden Zeitpunkt t gegen 0. $\Omega_P \in [a,b]$, wobei $a \geq 0$ und $b < \infty$ sei der Wertebereich von Preis p. Dazu sei die Erlösfunktion für alle $p \in \Omega p$ endlich und konkav. Der marginale Erlös, für eine zusätzlich verkaufte Einheit $\frac{\partial}{\partial d} r(t,d)$ sei ebenso monoton fallend. Bestimmt der Preis die Nachfrage *deterministisch*, so ist das Problem durch das folgende Optimierungsmodell zu beschreiben.

[11] Vgl. Grewal/Hardesty/Iyer (2004): 87–89.

$$\max \sum_{t=1}^{T} r(t, d(p,t)) \tag{3.1}$$

$$s.t. \sum_{t=1}^{T} d(p,t) \leq C \tag{3.2}$$

$$d(p,t) \geq 0. \tag{3.3}$$

C beschreibt den finiten Bestand eines Produktes. Es wird davon ausgegangen, dass dieser im Betrachtungszeitraum $\mathcal{T} = \{1, ..., T\}$ nicht erneuerbar ist. $d(p,t)$ ist die preissensitive Absatzmenge, die in Periode t unter Preis p realisiert wird. Dieses nicht lineare Maximierungsproblem lässt sich mit Hilfe der Lagrange-Funktion optimal lösen.[12]

$$\max \mathcal{L} = r(t, d(p,t)) + \pi(C - \sum_{t=1}^{T} d(p,t)). \tag{3.4}$$

Wird der Gradienten der Funktion gleich null gesetzt, so entsteht das notwendige Kriterium für eine Extremstelle:

$$\frac{\partial}{\partial d} r(t, d^*(p^*, t)) = \pi^*. \tag{3.5}$$

π^* bezeichnet den Lagrange-Multiplikator der Kapazitätsrestriktion und kann als marginale Kapazitätskosten für eine Einheit der Kapazität angesehen werden. Eine optimale Lösung ist dadurch definiert, dass in jeder Periode t der marginale Erlös aus einer Einheit gleich den marginalen Kapazitätskosten ist. Da die Erlösfunktion konkav in d ist, existieren optimale Werte für $d(p,t)$ und somit auch für den Preis p in jeder Periode t. Es können zwei Fälle auftreten. Im ersten Fall sind die optimalen Nachfragemengen in jeder Periode aufsummiert sind kleiner als die Kapazität. Ist dies der Fall, so beträgt der optimale marginale Erlös in jeder Periode null. Eine Erhöhung der Kapazität C führt zu keiner Erlössteigerung. Der Entscheider ist besser gestellt, nicht die gesamte Kapazität aufzubrauchen, da dies mit einem geringeren Erlös in Verbindung steht. Im zweiten Fall ist die Summe der Nachfragen bei optimalem Erlös aller Perioden $\sum_{t=1}^{T} d^*(t) > C$, so ist π^* positiv, da die Bedingung des komplementären Schlupfes (3.6) erfüllt sein muss. Der Wert π^* kann dann interpretiert werden, als Kosten, welche der Entscheider bereit wäre für eine weitere Kapazitätseinheit zu zahlen. Eine weitere Interpretation sind Strafkosten, die bei Überschreitung der Kapazität anfallen. Die Lösung der Lagrange-Relaxation ist für das Ursprungsproblem (3.1) eine obere Schranke. Für weitere Informationen zu nichtlinearer Optimierung und Dualitätstheorie sei referenziert auf das Lehrbuch von Domschke.[13]

$$\pi^*(\sum_{t=1}^{T} d^*(p,t) - C) = 0 \tag{3.6}$$

[12] Vgl. Domschke et al. (2015): 197–202.
[13] Vgl. Domschke et al. (2015): 37–41, 183–216.

Das Optimalitätskriterium (3.5) impliziert, dass π im Optimum für alle Perioden t, gleich sein muss. Falls dieses Kriterium nicht erfüllt wäre, könnte der optimale Erlös verbessert werden, indem eine Einheit in einer Periode mit höherem marginalem Erlös mehr produziert wird und eine Einheit in einer Periode mit einem geringeren marginalen Erlös weniger. Ob die Preise der Produkte im Zeitablauf steigen oder fallen hängt von der Preissensitivität der Kunden ab. In der Modeindustrie fällt der Preis zum Ende der Saison tendenziell ab. Kunden haben zu Beginn des Verkaufszeitraum eine geringere Preissensitivität als am Anfang. In der Flugindustrie hingegen werden die Tickets zum Ende des Buchungszeitraums in der Regel teurer. Geschäftskunden, die kurzfristig buchen, sind in der Regel weniger preissensitiv als Urlauber. Diese Modellierungsentscheidung wird als *zeithomogenes* oder *zeitinhomogenes* Kundenverhalten bezeichnet. Agieren Kunden zeithomogen, so haben sie unabhängig vom Zeitablauf immer die gleiche Zahlungsbereitschaft für eine Produkt. Zeitinhomogenes Kundenverhalten zeichnet sich dadurch aus, dass sich die Zahlungsbereitschaft der Kunden im Zeitablauf ändert. So ist es auch bei deterministischen Modellen möglich, dass die optimalen Preise im Zeitablauf variieren. Ein Beispiel ist in Kapitel (5.3) aufgeführt.

3.2.2 Lösungsansätze

Ein heuristisches Verfahren, welches die gleichen marginalen Opportunitätskosten berücksichtigt, ist die Greedy-Heuristik von Federgruen und Groenevelt (1986).[14] Zunächst werden die Absatzmengen $\overrightarrow{d}(t)$ als $\overrightarrow{0}$ initiiert. Dazu wird ein Zähler $count$ und eine Schrittweite ζ festgelegt, sodass $C = \zeta \cdot x$. x eine beliebige Zahl sei. Die Preis-Absatz-Funktionen für jede Periode t werden als bekannt vorausgesetzt. In jeder Iteration wird nun der marginale Erlös $r(d(t)) = d(t) \cdot p(d(t))$ in jeder Periode bestimmt. Ist $\max r(d(t)) > 0$, so wird in der jeweiligen Iteration das Angebot in der Periode mit dem höchsten Verbesserungspotential $d(t^*)$ um ζ Einheiten erhöht. Der Algorithmus terminiert, sobald die Kapazitätsgrenze C von der Summe aller Angebotswerte $d(t)$ gedeckt wird oder $\max r(d(t)) \leq 0$ ist. Es lässt sich beweisen, dass in dem Fall der zeithomogenen Nachfrage, also bei gleichbleibender PAF für alle Perioden t der optimale Preis gleich ist. Diese Eigenschaft beschränkt das Problem auf zwei Fälle. Ist die Nachfrage $d(p^0)$, wobei p^0 der Preis ist, welcher die Erlösfunktion $r(d(p), t)$ maximiert, kleiner als die Kapazitätsgrenze, so ist der Preis optimal. Ist $\sum_{t=1}^{T} d(p^0) > C$, so wird p so gesetzt, dass $d(p, t) = \frac{C}{T}$ ist. Der korrespondierende optimale Preis p^* wird als *Market-Clearing-Preis* bezeichnet.

Ein weit verbreiteter Ansatz deterministische dynamische Probleme zu lösen ist die *Dynamische Optimierung (DO)* über die *Bellman'sche Funktionalgleichung*.[15]

$$V(x,t) = max_{p_t}\{p_t \cdot min\{d_t(p_t), x\} + V(x - min\{d_t(p_t), x\}, t+1)\}. \tag{3.7}$$

$V(x,t)$ beschreibt den Wert des Zustandes, in dem genau x Einheiten Restbestand in Periode t zur Verfügung stehen. In diesem Beispiel der deterministischen Bellman'schen Funktional-

[14] Vgl. Federgruen/Groenevelt (1986): 909–916.
[15] Vgl. Bellman (2010).

gleichung werden die Perioden von der ersten Periode 1 bis zur letzten Periode T gezählt. Zur Errechnung des Wertes für Periode $t = 1$ werden alle möglichen Preisentscheidungen p_t betrachtet und der Preis gewählt, welcher das Produkt des Erlöses in der jetzigen Periode und aller Folgeperioden maximiert. Der Term $V(x - min\{d_t(p_t), x\}, t + 1)$ ist der Wert der Folgeperiode. Zur Berechnung dieses Wertes wird wiederum der Wert der Folgeperiode benötigt und so weiter. Der Wert berücksichtigt die Veränderung des Restbestandes bei der Preisentscheidung für p_t. Das Problem lässt sich lösen, indem der Wert der letzten Periode mit den Randbedingungen $V(x, T + 1) = 0 \,\forall\, x \geq 0$ und $V(0, t) = 0 \,\forall\, t = 1, ..., T$ gelöst wird. Dies folgt aus der Annahme, dass nach der letzten Periode der Wert für ein verderbliches Produkt gleich null ist. Somit ist auch die Bellman'sche Funktionalgleichung für die letzte Periode trivial zu bestimmen, da nur der Nutzen der aktuellen Periode berücksichtigt werden muss. Rekursiv lassen sich so die Werte $V(x, t)$ für alle x und t bestimmen. Allerdings ist, um Optimalität zu garantieren, das Ausrechnen aller Kombinationen von x und t nötig. Für große Beispiele, besonders unter Berücksichtigung mehrdimensionaler *Zustandsräume* und *Entscheidungsräume* kann der Rechenaufwand daher unzumutbar werden. Mit Zustandsraum ist in diesem Beispiel der Restbestand gemeint. Hier ist der Zustandsraum bestehend aus einer Dimension und $C + 1$ Ausprägungen. Der Entscheidungsraum beschränkt sich auf die Wahl des Preises p. In diesem Beispiel ist der Entscheidungsraum auch eindimensional. Bei stochastischen Problemen muss zudem der *Wahrscheinlichkeitsraum* berücksichtigt werden. Eine Übersicht über Probleme und Lösungsansätze für DO-Methoden liefert Powell.[16] In Sektion (5.2) wird ein dynamisches Programm verwendet, um die optimale *Preispolitik* aus einer finiten Menge diskreter Preise in finiten aber kontinuierlichem Zeithorizont zu ermitteln. Eine Preispolitik bezeichnet einen Vektor von Entscheidungen, die jedem Zustand einen Preis zuordnen. Ein Zustand ist die Kombination aus Periode t und dem Restbestand x. Die optimale Preispolitik ergibt sich, indem der Pfad aller optimalen Entscheidungen von Periode 1 bis Periode T nachverfolgt wird. Der sich ergebende Vektor aus Preisen ist die optimale Preispolitik.

3.2.3 Diskretisierung der Preise

Eine Modellierungsentscheidung ist die Frage, ob die Preise des Produktes aus einem kontinuierlichen Zahlenspektrum oder aus einer diskreten Menge gewählt werden. In der Praxis ist es häufig so, dass aus psychologischen Gründen Preise gewählt werden, die entweder ganzzahlig sind oder Dezimalzahlen mit einer neun hinter dem Komma, wie z.B. 2,99 € oder 9,99 €. Gerade im Einzelhandel, der durch den Verkauf des Produktes an den Endkunden definiert ist, ist es sinnvoll, die Preisentscheidung als die Auswahl des optimalen Preis aus einer finiten Menge ansprechender Preise zu betrachten. Wird Ω_p, wie in Untersektion (3.2.1) als kontinuierliches Zahlensprektrum betrachtet, so erfüllen die optimalen Preise häufig nicht diese „Schönheitskriterien". Dieses Problem kann gelöst werden, indem diskrete Preise in Ω_p vordefiniert werden. Da die Zielfunktion des Problems nicht mehr kontinuierlich ist, können analytische Lösungsverfahren ohne eine Modifizierung nicht angewandt werden. Das Problem kann als lineares Pro-

[16] Vgl. Powell (2011).

gramm formuliert werden, wenn nicht nur die vordefinierten Preis-Nachfrage-Kombinationen, sondern alle *Konvexkombinationen* dieser berücksichtigt werden. Dafür wird zunächst der Vektor $\overrightarrow{\alpha}(t) = (\alpha_1(t), \alpha_2(t), ..., \alpha_k(t))$ definiert, welcher Skalierungsparameter enthält. $\alpha(t)$ muss dabei im Intervall $[0, 1]$ liegen und die Summe aller $\alpha(t)$-Werte in jeder Periode t muss 1 ergeben. sind zwei $\alpha(t)$-Werte in einer Periode positiv, wird das Produkt anteilsmäßig für $\alpha_a > 0$ des Zeitintervalls von t für den korrespondierenden Preis p_a angeboten. Den Rest der Zeit wird das Produkt für Preis p_b angeboten, dessen $\alpha(t)$-Wert ebenfalls positiv ist. In dem Fall, in dem nur ein $\alpha(t)$-Wert in einer Periode positiv ist, wird der Preis die gesamte Periode über beibehalten. Alle Preise, die von einer beliebigen Konvexkombination dominiert werden:

$$\sum_{i=1}^{k} \alpha_i(t) \cdot r_i(t) > r_j(t), \tag{3.8}$$

$$\sum_{i=1}^{k} \alpha_i(t) \cdot d_i(t) \leq d_j(t), \tag{3.9}$$

gelten als ineffizient und können bei der Berechnung der optimalen Preise vernachlässigt werden. Dominiert wird ein Preis, wenn die Konvexkombination zweier Preise sowohl einen höheren Erlös erzielt, als auch einen geringeren Kapazitätsverbrauch aufweist. Die Menge aller Preis-Nachfrage-Kombinationen, welche nicht von Konvexkombinationen anderer dominiert wird, wird als die Maximum-Konkave-Hülle bezeichnet.[17] Bei einer deterministischen Nachfrage ist die Maximum-Konkave-Hülle eines Produktes durch das folgende LP zu bestimmen, welches eine diskrete Form des kontinuierlichen Optimierungsproblems von Gallego und van Ryzin (1994) darstellt:[18]

$$r(t, d) = \max \sum_{i=k}^{k} \alpha_i r_i(t) \tag{3.10}$$

$$s.t. \sum_{i=k}^{k} \alpha_i d_i(t) = d \tag{3.11}$$

$$\sum_{i=1}^{k} \alpha_i d_i(t) = 1 \tag{3.12}$$

$$\alpha \geq 0 \tag{3.13}$$

Das folgende Beispiel illustriert, dass nicht alle Preise berücksichtigt werden müssen, um eine optimale Absatzmenge zu erzielen. Angenommen die Nachfrage ist deterministisch und die Preise $\Omega_p = \{199\,€; 249\,€; 299\,€; 349\,€; 399\,€; 499\,€; 599\,€; 699\,€\}$ führen zu den Nachfragemengen $\Omega_d = \{200; 160; 130; 100; 80; 50; 20; 1\}$. Betrachtet wird eine Periode. Wird die gewünschte Absatzmenge d vorgegeben, so ergeben sich folgende optimalen α-Werte:

[17] Vgl. Feng/Xiao (2000a): 647f.
[18] Vgl. Gallego/van Ryzin (1994): 1010.

Tabelle 3.1: Maximum-Konkave-Hülle des Beispiel 1 in einer Periode

d	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8	R
10	0	0	0	0	0	0	0,4737	0,5263	6042 €
20	0	0	0	0	0	0	1	0	11980 €
30	0	0	0	0	0	0.3333	0,6667	0	16303 €
40	0	0	0	0	0	0.6667	0,3333	0	20627 €
50	0	0	0	0	0	1	0	0	24950 €
60	0	0	0	0	0,3333	0.6667	0	0	27273 €
70	0	0	0	0	0,6667	0.3333	0	0	29597 €
80	0	0	0	0	1	0	0	0	31920 €
90	0	0	0	0,5	0,5	0	0	0	33410 €
100	0	0	0	1	0	0	0	0	34900 €
110	0	0	0,3333	0,6667	0	0	0	0	36223 €
120	0	0	0,6666	0,3333	0	0	0	0	37547 €
130	0	0	1	0	0	0	0	0	38870 €
140	0	0,3333	0,6667	0	0	0	0	0	39193 €
150	0	0,6667	0.3333	0	0	0	0	0	39517 €
160	0	1	0	0	0	0	0	0	39840 €
170	0	1	0	0	0	0	0	0	39840 €
180	0	1	0	0	0	0	0	0	39840 €
190	0	1	0	0	0	0	0	0	39840 €
200	0	1	0	0	0	0	0	0	39840 €

Die Preissetzung kann dabei sowohl etappenweise als auch randomisiert erfolgen. Ist der Anfangsbestand des Produktes zum Beispiel 10, so wird zu 53 % der Periode p_8 und zu 47 % der Preis p_7 verwendet. Es ist zu erkennen, dass das Produkt nie zu einem Preis von 199 € angeboten wird, da der Erlös für 200 verkaufte Einheiten zum Preis p_1 geringer ist als der Erlös für 160 verkaufte Einheiten unter Preis p_2. p_1 gehört also nicht zu der Menge der effizienten Preise und nicht zur Maximum-Konkaven-Hülle.

3.3 Stochastische Preissetzung

Eine Vorgehensweise, welches den Bedarf $d(p,t)$ nicht als deterministisch betrachtet, sondern als Zufallsvariable abbildet, beschreibt in der Regel die Realität besser. Diese Modellierungsannahme ist jedoch mit einer Erhöhung der Komplexität des Problems verbunden. Es gilt, dass die optimalen Zielfunktionswerte von determinisitischen Modellen eine obere Schranke für die stochastischen Modelle darstellen. In der Praxis wird zwischen Modellen mit kontinuierlicher Nachfrage und Bernoulli (diskrete Poisson) Nachfrage unterschieden.

3.3.1 kontinuierliche Nachfrage

Im kontinuierlichen Fall wird die intuitive Annahme getroffen, dass die Zufallsvariable $D(t,d,\xi_t)$, wobei ξ_t eine Zufallsvariable ist und den Schätzfehler der Nachfrage beschreibt, in d konvex ist, für jede Ausprägung des Schätzfehlers xi_t. d ist dabei der Erwartungswert der Nachfrage in t unter Preis p_t. Die Erlösfunktion beschreibt den erwarteten Erlös:

$$r^+(t,d,x) = p(t,d) \cdot E[\min\{D(t,d,\xi_t), x\}], \tag{3.14}$$

wobei $r^+ \equiv max(0,r)$. Zusätzlich wird die Annahme getroffen, dass die Erlösfunktion

$$R(t,d,\xi_t) = p(t,d)D(t,d,\xi_t) \tag{3.15}$$

sowie die inverse PAF $p(t,d)$ für alle t und ξ_t in d konkav ist. Das Optimierungsproblem ergibt sich dann wie folgt:

$$V_t(x) = \max_{d \geq 0} E[p(t,d)E\min\{D(t,d,\xi_t), x\}] + V_{t+1}(x - D(t,d,\xi_t))]. \tag{3.16}$$

Um dieses Problem mit Hilfe der Bellmann'schen Funktionalgleichung von der letzten Periode T bis zur ersten Periode zu lösen, werden zusätzlich die Randbedingungen $V_{T+1}(x) = 0$ sowie $V_t(0) = 0$ für alle Perioden t benötigt. Gelten die beiden Annahmen, so lässt sich beweisen:

- $E[V_{t+1}(x - D(t,d,\xi_t))]$ ist gemeinsam konkav in x und d,
- $V_t(x)$ ist konkav in x und
- $\frac{\partial}{\partial d}E[V_{t+1}(x - D(t,d,\xi_t))]$ steigt in x und fällt in d.

Da die Erlösfunktion das Minimum aus zwei konkaven Funktionen ist und somit die Eigenschaft der Konkavität erfüllt und ebenso $E[V_{t+1}(x - D(t,d,\xi_t))]$ konkav in d ist, folgt, dass die Bedingung erster Ordnung ein hinreichendes Kriterium für eine Maximalstelle ist. Wird die erste Ableitung gleich null gesetzt, so ergibt sich:

$$\frac{\partial}{\partial d}r^+(t,x,d) = -\frac{\partial}{\partial d}E[V_{t+1}(x - D(t,d^*,\xi_t))]. \tag{3.17}$$

Aus den Annahmen folgt, dass je größer die optimale Bedarfsmenge d^*, desto geringer der Preis. Anders gesagt, je höher der Lagerbestand in einer Periode t ist, desto mehr sollte im Optimum verkauft werden und desto geringer ist der optimale Preis. Die Ergebnisse sind in Einklang mit den Ergebnissen des deterministischen Modells. Im Folgenden wird der Spezialfall betrachtet, dass die Nachfrage als *Bernoulli-Experiment* modelliert wird, in dem in jeder *Mikroperiode* genau ein Kunde erscheint, der die Auswahl zwischen „kaufen " und „nicht kaufen" trifft.

3.3.2 Bernoulli-Modelle

In den sogenannten Bernoulli-Modellen wird in jeder Periode nur ein Kunde betrachtet, welcher das Produkt kauft oder nicht kauft. Wird myopisches Verhalten vorausgesetzt, so kauft der Kunde, wenn seine Zahlungsbereitschaft nicht kleiner als der Preis ist. Die Zahlungsbereitschaft eines Kunden wird über eine Zufallsvariable dargestellt, welche eine Verteilungsfunktion $F(t,v) = P(v_t \leq v)$ hat. Die Absatzmenge in jeder Mikroperiode ist entweder 1 mit der Wahrscheinlichkeit $d(t,p) = 1 - F(t,v)$ oder 0 mit der Gegenwahrscheinlichkeit $1 - d$. Der Preis $p(t,d)$ lässt sich über die Inverse der Verteilungsfunktion $p(t,d) = F_t^{-1}(1 - d(t))$ beschreiben. Auch dieses Problem lässt sich mit der Bellmann'schen Funktionalgleichung lösen.

$$V_t(x) = \max_{d \geq 0} \{r(t,d) - d\Delta V_{t+1}(x)\} + V_{t+1}(x) \tag{3.18}$$

$\Delta V_{t+1}(x) = V_{t+1}(x) - V_{t+1}(x-1)$ ist der erwartete marginale Erlös einer Kapazitätseinheit in Periode $t+1$. Entscheidet sich ein Kunde für den Kauf des Produktes, so wird der Kapazitätsbestand verringert. Unter der Annahme der Konkavität der PAF folgt, dass $\Delta V_{t+1}(x)$ in x und t sinkt. Kauft der Kunde das Produkt, so wird der Wert der Folgeperiode um $\Delta V_{t+1}(x)$ verringert, jedoch wird der Erlös aus demVerkauf des Produktes generiert. Gelten die Randbedingungen $V_{T+1}(x) = 0 \,\forall\, x$ und $V_t(0) = 0 \,\forall\, t$, so ist die optimale analytische Lösung des Problems:

$$J(t, d^*) = \Delta V_{t+1}(x) \tag{3.19}$$

Gilt, dass der marginale Erlös $\frac{\partial}{\partial d} dp(t,d) \equiv J(t,d)$ in d fällt, so führen höhere marginale Erlöse zu geringeren d-Werten und zu höheren Preisen. Es gilt $V_{t+1}(x) \leq V_t(x)$ und $V_t(x) \leq V_t(x-1)$. Eine Kapazitätseinheit zum Ende des Betrachtungszeitraums hat gemäß der Annahme des finiten Betrachtungszeitraums keinen Wert mehr. Daher ist es optimal alle Einheiten zu verkaufen und den Preis dem entsprechend zu wählen. Dies führt ebenfalls dazu, dass der optimale Preis im Zeitablauf sinkt, sollte die Produktmenge auf Lager nicht weniger werden.

3.4 Dynamische Preissetzung bei mehreren Produkten

Der erste Artikel, welcher DP unter Berücksichtigung mehrerer Produkte berücksichtigt hat erschien 1997.[19] In den Jahren darauf erschienen nur wenige Artikel, welche dieses Thema behandelt haben. Werden mehrere Produkte gleichzeitig betrachtet, wird die Annahme getroffen, dass Preisentscheidungen über ein Produkt die Nachfrage für ein anderes Produkt beeinflussen können. Es wird davon ausgegangen, dass ähnliche Produkte einander *substituieren*. Wird ein Produkt gekauft, so wird das andere Produkt nicht gekauft, da es dasselbe Bedürfnis befriedigt. Es kommt jedoch auch vor, dass Produkte häufiger gekauft werden, wenn andere Produkte auch gekauft werden. Diese Produkte bezeichnet man als *komplementäre* Produkte. Beispiele hierfür könnten Grillanzünder und Kohle sein. Die Entscheidungen der Modellierung hängen also stark von der Kreuzpreiselastizität der Produkte ab. Bei sich gegenseitig substituierenden Produkten wird zusätzlich zwischen *horizontaler* und *vertikaler* Differenzierung unterschieden. Unterscheiden sich Produkte vertikal, so besteht eine eindeutige Meinung über die Güte der Produkte und bei gleichem Preis würde das eine Produkt dem anderen immer vorgezogen werden. Zum Beispiel zwei Laptops, welche sich nur durch einen besseren Prozessor unterscheiden. Bei der horizontalen Differenzierung wird die subjektive Präferenz der Kunden berücksichtigt, wobei die Produkte sich von der Qualität nicht erheblich unterscheiden. Ein Beispiel hierfür sind unterschiedliche Geschmacksrichtungen von Softdrinks. Die Multi-Produkt-Probleme berücksichtigen in der Regel mindestens eine der folgenden Eigenschaften bei der Modellierung:

[19] Vgl. Gallego/van Ryzin (1997): 24–40.

1. **Produktqualität:**

   Je höher die Produktqualität, desto höher sollte der Preis sein.

2. **verbleibende Zeit:**

   Der optimale Preis p_i für Produkt i ist nicht fallend in der verbleibenden Zeit t.

3. **verbleibende Kapazität:**

   Der optimale Preis p_i für Produkt i ist nicht steigend in der verbleibenden Kapazität x_i.

4. **verbleibende Kapazität von anderen Produkten:**

   Der optimale Preis p_i für Produkt i ist nicht steigend in der verbleibenden Kapazität der anderen Produkte x_j, wobei $j \neq i$.

Bei der Betrachtung mehrere Produkte wird der Preis $p_i(t)$, welcher für ein Produkt i in Periode t ausgewählt wird sowie der Verkaufsmenge $d_i(p_i, t)$ in Vektoren dargestellt. Sei $p(t)$ ein Spaltenvektor $(p_1(t), p_2(t), ..., p_n(t))^T$, der zu jedem Zeitpunkt t eine Preisauswahl für jedes Produkt i enthält. Sei **d(p,t)** die mit den Preisen einhergehenden Nachfragen:
$(d(p_1, t), d(p_2, t), ..., d(p_n, t))^T$. Das Multi-Produkt-DP-Problem lässt sich dann wie folgt modellieren:

$$\max \sum_{t=1}^{T} \mathbf{p(t)}^T \cdot \mathbf{d(p,t)}. \tag{3.20}$$

Dabei können die Preise $p_i(t)$ wie in den vorherigen Kapiteln aus einer Menge diskreter Preise gewählt werden oder aus einem kontinuierlichem Spektrum. In Sektion (5.1) wird erläutert, wie die Auswahl für Preise bei mehreren Produkten durch Preisexperimente ablaufen kann.

3.5 Dynamische Preissetzung unter Konkurrenz

Die Modellierung von Konkurrenz auf einem Markt beginnt bereits 1883 mit dem namengebenden Bertrand-Modell. Zwei Firmen verkaufen identische Produkte und entscheiden lediglich über den eigenen Preis. Ein Kunde entscheidet sich für das Produkt, dessen Preis am günstigsten ist. Bertrand zeigt, dass im Gleichgewicht beide Firmen den Preis ihren marginalen Produktionskosten angleichen und somit keinen Profit erzielen.[20] Da dieses Modell vereinfachende Annahmen trifft, die in der Realität nicht immer erfüllt sind, entwickelte sich im Folgenden Jahrhundert die Forschung zu dem Gebiet schnell weiter. Zu den klassischen spieltheoretischen Modellen der Produkt- und Preisdifferenzierung gehören das Modell von Cournot, welcher davon ausgeht, dass Firmen nicht über den Preis entscheiden, sondern dieser sich aus einer gegebenen PAF ergibt. Sie entscheiden lediglich über die eigene Produktionsmenge, unter Berücksichtigung der Produktionsmenge der Konkurrenten. Der Preis ergibt sich durch die kumulierte Angebotsmenge auf dem Markt.[21] Hier wird die Annahme getroffen, dass *vollständige*, jedoch

[20] Vgl. Bertrand (1883): 499.
[21] Vgl. Cournot (1838).

unvollkommene Information beim Zeitpunkt der Entscheidung vorliegen. Vollständige Information heißt, dass jeder Akteur die Nutzenfunktion U_i aller Akteure i kennt. Perfekte Information bedeutet, dass jeder Akteur i zu jedem Zeitpunkt alle Informationen über die Entscheidungen der anderen Akteure kennt. Bei dem Cournot und dem Bertrand-Modell findet die Entscheidung jeweils simultan, ohne das Wissen über die Entscheidung der anderen Firmen statt. In der Literatur wird meist zwischen zwei unterschiedlichen Modellierungsannahmen der Konkurrenzsituation entschieden. Zum einen unterscheiden sich die Produkte nicht und die Konkurrenz findet über den Preis statt. Die andere Variante beinhaltet unvollkommene Konkurrenz, in der Produkte sich entweder vertikal oder horizontal voneinander abgrenzen. Auch hier muss zwischen myopischen und strategischen Kunden differenziert werden. Außerdem muss die Marktsituation festgelegt werden. Eine Modellierung des Marktes als *Duopol* (zwei Firmen die sich den Markt teilen) ist leichter zu lösen, mindert jedoch die Aussagekraft. Eine Modellierung als *Oligopol* erschwert die Lösung, beschreibt jedoch die wahre Konkurrenzsituation in vielen Branchen am besten. Die meisten DP-Modelle gehen von einem Monopolisten als Preissetzer aus. Talluri und van Ryzin argumentieren, dass monopolistische Modelle die Effekte der Konkurrenz über die verwendeten Parameter mit berücksichtigen.[22] Diese Hypothese wird von Cooper überprüft und sie gilt in manchen Fällen. Teilweise ist es jedoch von Vorteil, wenn Firmen DP-Modelle verwenden, die sie als Monopolisten darstellen. Die Implementierung ist leichter und die Ergebnisse sind teilweise besser als bei Oligopolmodellen.[23]

3.6 Modellierung des Kundenverhaltens

Es ist entscheidend, ob die Kunden nach dem Kauf des Produktes aus der Menge der potentiellen Kunden zu entfernen sind, wie es z. B. bei dem Kauf eines Autos der Fall sein könnte. Generell wird diese Modellierungsfrage als *finite* oder *infinite Kundenpopulation* bezeichnet. Ein Kunde, der ein haltbares Produkt kauft, welches er mehrere Jahre verwenden kann, wird am nächsten Tag nicht ein substitutes Produkt kaufen. Nach dem Kauf wird dieser Kunde für einen gewissen Zeitraum aus der Menge der potentiellen Kunden entfernt. Bei Konsumgütern hingegen besteht die Möglichkeit, dass ein Kunde in der nächsten Periode das gleiche Produkt erneut erwirbt.

Variieren die Preise im Zeitablauf systematisch, kann dies über einen längeren Zeitraum zu strategischem Kundenverhalten führen. Werden die Preise in regelmäßigen Abständen gesenkt, so hat ein Kunde mit einer hohen Zahlungsbereitschaft einen Anreiz, auf einen günstigeren Preis in der Zukunft zu warten. Strategisches Verhalten führt dazu, dass die Interaktion zwischen Kunden und Firma als strategisches Spiel betrachtet werden muss. Hier sind Techniken aus der Spieltheorie anzuwenden. Ein Kunde, der sich nicht strategisch verhält, also das Produkt erwirbt, sobald seine Zahlungsbereitschaft größer oder gleich dem Preis ist, wird als myopisch agierender Kunde bezeichnet. Der Einbezug von strategischem Kundenverhalten erhöht

[22] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 186.
[23] Vgl. Cooper/Homem-de-Mello/Kleywegt (2015): 102f.

die Komplexität des Problems. Daher wird häufig die Annahme getroffen, dass Kunden myopisches Verhalten zeigen, obwohl dies mit einer Beschränkung der Beschreibungskraft des Modells einhergeht. In Branchen, in denen mehrere Varianten eines Produktes verkauft werden, z. B. Schuhe des selben Modells in verschiedenen Farben und Größen, die Produktvarianten häufig aggregiert betrachtet. In diesen Fällen ist damit zu rechnen, dass die Nachfrage mit sinkendem Bestand fällt. Ist beispielsweise eine Schuhgröße ausverkauft, so schrumpft die Zielgruppe der Kunden und somit auch die Nachfrage. Dieser Effekt wird auch als *Inventory-Depletion-Effekt* bezeichnet und sollte bei der Modellierung der Nachfrage berücksichtigt werden.

3.7 Dynamische Preissetzung mit begrenzten Nachfrageinformationen

In den meisten DP-Modellen wird die Nachfrage als deterministisch oder als stochastisch aber mit bekannter Verteilungsfunktion modelliert. Dies vereinfacht zwar die Rechnung, aber in vielen Fällen müssen vereinfachte Annahmen getroffen werden, die die Ergebnisse der Modelle ungenau machen. Modelle, welche ohne Parametrisierung auskommen, werden in diesem Abschnitt erläutert. Sie können Anwendung finden, wenn die Nachfrageverteilung unbekannt oder sporadisch ist. Meist werden jedoch gewisse Regularitätsannahmen getroffen, welche die Rechnung erst ermöglichen. Neben diesen Modellen gibt es weitere Modelle, welche eine spezifizierte Form der Nachfrageverteilung voraussetzen, aber die Parameter als unbekannt modellieren. Ein Ansatz, mit dem diese Probleme gelöst werden, ist das *Active Demand Learning*, welches zunächst über experimentelle Preisanpassungen Informationen über die PAF gewinnt. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse werden verwendet, um Preisoptimierung unter der Annahme der soeben geschätzten PAF zu erlangen. Da die Modelle unterschiedliche Ziele verfolgen, zum einen eine möglichst präzise Einschätzung der Nachfrageverteilung und zum anderen die Optimierung der Preise, gilt es, ein Gleichgewicht zwischen den beiden Zielkonflikten zu finden. Die Schätzung der PAF kann auch als *Exploration* betrachtet werden, da durch experimentelle Preisänderungen Informationen über die Grundgesamtheit des Problems gewonnen wird. Ist die Nachfrageverteilung hinreichend gut bestimmt, so beginnt die Phase der *Exploitation*, in der für diese bestimmte PAF eine optimale Preispolitik bestimmt wird. Andere Modelle betrachten eine vordefinierte Menge aus Nachfragerealisationen. In diesen Modellen wird meist die *Worst-Case-Performance* optimiert. Dies kann zum Beispiel geschehen, in dem man den Profit bei der Realisation der Nachfrage, welche den geringsten Erlös generieren würde, maximiert (*Maximin-Strategie*). Es werden jedoch auch Ansätze verfolgt, in denen das maximale Bereuen minimiert wird.

3.8 Aktionen und Angebote

Aktionen, Angebote oder Promotionen sind kurzfristige Preisanpassungen von Produkten, meist um den Verkauf des Produktes oder einer gesamten Produktkategorie zu erhöhen. Gerade im Einzel- und Großhandel finden Aktionen weitreichend Anwendung. Dabei wird unterschieden

zwischen Aktionen des Einzel- oder Großhändlers und Aktionen des Herstellers. Ein Einzelhändler verfolgt das Ziel, während einer Aktion den Verkauf einer gesamten Produktkategorie anzuheben und somit den Erlös zu erhöhen. Der Hersteller hingegen zielt darauf ab, den Erlös und die Absatzmenge für sein Produkt zu erhöhen. So einfach das Konzept von Aktionen erscheint, sind jedoch viele Faktoren bei dem Einsatz zu beachten. Im Folgenden werden diese Faktoren erläutert und Beispiele aus der Literatur und Praxis gegeben.

3.8.1 Aktionen im Einzelhandel

Wie bereits im Kapitel (2.6) erläutert, ist die Preiswahl an die Zahlungsbereitschaft der Kunden gekoppelt. Es ist daher nicht verwunderlich, dass eine Preisreduzierung zu einer Erhöhung der Absatzmenge führt. Die Preisreduzierung kann in Form von prozentualem Rabatt oder dem Verkauf von Paketen mehrerer Produkte, sogenannten *Produktbundles* erfolgen. Bei Konsumgütern hängt der Grund für den Kauf der Produkte von der Art des Produktes ab. Gewürze sind zwar Konsumgüter, jedoch erhöht eine Preissenkung nicht den Konsum von Gewürzen. Die erhöhte Kaufmenge ist darauf zurückzuführen, dass Kunden die gekaufte Ware *lagern*, um sie zu einem späteren Zeitpunkt nicht für einen höheren Preis kaufen zu müssen. Dieser Effekt ist für den Einzelhändler nicht positiv zu werten, denn ein hoher Bestand des Produktes beim Kunden führt dazu, dass er dieses Produkt über einen längeren Zeitraum nach der Rabattaktion nicht mehr kaufen wird. Bei Produkten, die in der Regel schnell konsumiert werden, wie Kartoffelchips oder Fleisch, kann ein erhöhter Bestand beim Kunden zu erhöhtem Konsumverhalten führen.[24] Dabei unterscheiden sich Kartoffelchips von Gewürzen in der Flexibilität der Nutzung. Sind Produkte zu vielen Zeitpunkten in großen Mengen konsumierbar oder haben ein geringes Haltbarkeitsdatum, so führt dies bei erhöhtem Kauf zu erhöhtem Konsumverhalten.[25]
Ein Grund Aktionen durchzuführen sind Preisexperimente, um die Preiselastizität eines Produktes besser abschätzen zu können. Durch Aktionen ist es möglich, den Anteil an Kunden zu identifizieren, der eine hohe Preissensibilität aufweist. Ein weiterer, angestrebter Effekt ist die Steigerung des Verkaufs anderer Artikel, welche nicht rabattiert sind. Der Hersteller hingegen hat die Möglichkeit, mit Coupons direkt Rabatt zu gewähren oder mit Gewinnspielen den wahrgenommenen Wert des Produktes zu erhöhen. Die Coupons oder Gewinnspielnummern werden dabei direkt mit dem Produkt verkauft. Eine andere Möglichkeit besteht darin, durch Verkaufsaktionen an den Einzelhändler den direkten Kauf seines Produktes zu erhöhen. Der Einzelhändler hat jedoch die Möglichkeit, das Produkt günstig zu kaufen und den Endkundenpreis unverändert zu lassen. Dies ist nicht wünschenswert für den Hersteller, denn auch wenn er in der Periode mehr verkauft hat, wird der Einzelhändler durch den erhöhten Lagerbestand in zukünftigen Perioden weniger benötigen. Um die Ziele der beiden Parteien in Einklang zu bringen, sind sogenannte *Scan-Back-Deals* denkbar, die den Einzelhändler dafür belohnen, Produkte an den Endkunden zu verkaufen. Da bei Rabattaktionen die Interessen des Einzelhändlers (Erlösmaximierung) und des Herstellers (Gewinnung von Marktanteil und Erlösmaximierung) in Einklang stehen, wird bei Aktionen häufig kollaboriert. Dies kann zum Beispiel durch geteilte

[24] Vgl. Ailawadi/S. Neslin (1998): 397–389.
[25] Vgl. Chandon/Wansink (2002): 332–334.

Marketingkosten für Werbekampagnen geschehen.

3.8.2 Effekte von Aktionen

Blattberg, Briesch und Fox analysieren die Auswertung von POS-Daten, um Effekte von Aktionen identifizieren und quantifizieren zu können.[26] Hier wird ein Auszug der relevanten Ergebnisse für den Einzelhandel präsentiert. Einer der wohl signifikantesten Effekte von Preiserlässen ist der kurzfristige Anstieg der Verkäufe von im Preis reduzierten Produkten.[27] Jedoch ist empirisch belegt, dass vor und nach angekündigten Preisnachlässen die Verkaufszahlen sinken. Die Gründe hierfür seien Verzögerungen beim Kauf um von geringeren Preisen zu profitieren und Lagerhaltung von Artikeln. Ebenso ist die Reduzierung der Nachfrage nach Aktionen größer als davor. Dies wird dadurch begründet, dass der erhöhte Lagerbestand und die Transaktionskosten geringer sind als das Risiko von ausverkauften Artikeln im Zusammenhang mit Kaufverzögerung und den Kosten der Informationsbeschaffung über die Angebote selbst.[28] Die „*Deal-Elastizität* “, also die kurzfristige Bogenelastizität des Preises ist geringer bei Marken, welche bereits einen hohen Marktanteil haben.[29] Wird ein Produkt in regelmäßigen Abständen zu reduzierten Preisen angeboten, sinkt der *Referenzpreis* des Kunden. Der Referenzpreis ist der Preis, welchen der Kunde bereit ist, für ein Produkt zu bezahlen, abgeleitet aus anderen Preisen. Dies können Preise von Konkurrenzprodukten aber auch vergangene Preise für das gleiche Produkt sein. Wird das Produkt regelmäßig mit Preisnachlass angeboten, so kann dies einen negativen Einfluss auf den wahrgenommenen Wert des Produktes haben.[30] Dazu führt eine höhere Frequenz der Preisnachlässe zu geringeren Verkaufsanstiegen. Es liegt nahe, dass dies sowohl ein Resultat aus dem niedrigeren Referenzpreis des Kunden als auch von der Erwartung zukünftiger Preisnachlässe ist.[31] Die Auswirkungen von Preisnachlässen auf Produkte mit hohem Markenwert auf substitute Produkte von Marken mit geringerem Markenwert sind stärker als anders herum. Beispielsweise führt eine Rabattaktion von einer beliebten (und daher teureren) Waschmittelmarke zu einem proportional größeren Wechselverhalten der Kundschaft, als es bei einer Rabattaktion einer „Billigmarke “ der Fall sein würde.[32] Dieses Phänomen ist durch die Zahlungsbereitschaft der Kunden und der vertikalen Differenzierung der Marken zu begründen. Der einzige Grund, warum Kunden, welche bereits eine hohe Preissensibilität haben, auf Billigprodukte zurückgreifen mag der Preis sein. Gleicht sich der Preis an, so steigt der Nutzen des reduzierten Produktes für dieses Kundensegment an und viele Kunden entscheiden sich für das Produkt mit dem höherem Markenwert. Bei einer Preissenkung des günstigeren Produktes (geringerer Markenwert) ist ein Wechselverhalten der Kunden erwünscht, welche unter normalen Umständen das teurere Produkt bevorzugen. Dieses Kundensegment hat in der Regel ein höheres Wertempfinden für Qualität und ist durch eine geringere Preissensitivität gekennzeichnet.

[26] Vgl. Blattberg/Fox/Briesch (1995): 123–125.
[27] Vgl. Woodside/Waddle (1975): 32f.
[28] Vgl. Macé/S. A. Neslin (2004): 348f.
[29] Vgl. Bemmaor/Mouchoux (1991): 212.
[30] Vgl. Kalwani/Yim (1992): 98f.
[31] Vgl. Raju (1992): 216f. Bolton (1989): 167f.
[32] Vgl. Kamakura/Russell (1989): 388f.

Daher wirkt sich eine Preissenkung der günstigeren Markenprodukte geringer auf die Verkaufszahlen von teureren Markenprodukten aus. Werbung für Aktionen, sowohl über mediale Kanäle wie Social Media, Radio und Fernsehen als auch Werbung auf Anzeigetafeln im Laden selber oder außerhalb, haben einen positiven Effekt auf die Verkaufszahlen.[33] Ein weiterer positiver Effekt von Aktionen ist die Erhöhung des Kundenverkehrs im Laden.[34] Aktionen für das Produkt einer bestimmten Kategorie wirken sich auf die Verkaufszahlen anderer Kategorien aus. Dabei hängt die Art der Auswirkung davon ab, ob die Produktkategorien ein *komplementäres* oder *substitutes* Verhältnis haben. Eine Aktion für Wassersprudler zum Beispiel hat mit hoher Wahrscheinlichkeit eine positive Auswirkung auf den Verkauf von Sirup, welcher dem Wasser optional eine Geschmackskomponente hinzufügt. Dies ist ein Beispiel für ein komplementäres Produkt. Gleichermaßen liegt nahe, dass der Absatz für Sprudelwasser und andere Kohlensäure enthaltende Getränke zurückgeht. Dies ist ein Beispiel für ein substitutes Produkt. Seiler untersucht den konträren Effekt von Aktionen und Suchkosten von Kunden im Einzelhandel. Suchkosten oder Vergleichskosten sind die Transaktionskosten für den Vergleich von Produktpreisen verschiedener Anbieter. Diese Suchkosten mögen höher sein als die Einsparung durch den Preisnachlass. Anhand von empirischen Studien basierend auf Paneldaten erschließt er, dass 70 % der Kundenpopulation bei ihren Einkäufen von Waschmittel im Vorhinein kein Wissen über den Preis hatten. Daraus ist die Wichtigkeit von Marketingmaßnahmen zur Steigerung des Bewusstseins über Aktionen abzuleiten.[35]
Auf Grund der vielseitigen Auswirkung von Aktionen ist die Modellierung aus Optimierungssicht schwierig. Ein Modell, welches alle Effekte von Aktionen berücksichtigt, wäre nicht generell, daher werden einzelne Aspekte bei der Optimierung betrachtet. Einen Modell für ein einzelnes Produkt ein im Supermarkt stellten Cohen et al. auf.[36] Sie erweiterten das Modell um die Optimierung einer ganzen Produktkategorie im Supermarkt.[37]

3.9 Preisdifferenzierung

Aus Kapitel (2.6) ist bekannt, dass die Zahlungsbereitschaft aller potentiellen Kunden als Funktion des Preises modelliert werden kann. In Abbildung (2.1) ist zu sehen, wie sich aus der PAF ein statischer optimaler Preis ergibt. Das Ziel kann als Maximierung der Fläche unter dem Grafen interpretiert werden. Wird von einem Monopolisten ausgegangen und werden Produktionskosten vernachlässigt, so beschreibt der schraffierte Bereich den Profit des Monopolisten. Wird ein fester Preis für sämtliche Kunden festgelegt, so ist der optimale Preis wie in (2.3) zu setzen. Um von der heterogegenen Zahlungsbereitschft der Kunden zu profitieren, besteht ein Anreiz dafür, von Kunden Preise zu verlangen, welche ihrer maximalen Zahlungsbereitschaft entsprechen. Wie dies bei der linearen PAF aus Kapitel (2.6) aussehen könnte, ist in Abbildung (3.1) skizziert. Hier wird das Produkt für drei verschiedene Preise angeboten.

[33] Vgl. Woodside/Waddle (1975): 31f. Bemmaor/Mouchoux (1991): 202.
[34] Vgl. Kumar/Leone (1988): 183–185.
[35] Vgl. Seiler (2013): 155.
[36] Vgl. Cohen/Leung et al. (2017): 1–56.
[37] Vgl. Cohen/Kalas/Perakis (2021): 1–42.

3.9.1 Kundensegmentierung

Der weiße Bereich unter der Nachfragekurve ist die Konsumentenrente. Diese wird definiert als die kumulierte Differenz aus kundenspezifischem subjektivem Nutzen des Produktes und dem Produktpreis. Bei der Preisdifferenzierung kann das Ziel als Erlösmaximierung, aber auch als Minimierung der Konsumentenrente definiert werden. Diese Sichtweisen sind kongruent. Das theoretische Optimum, in dem jedem Kunden das Produkt zu seiner maximalen Zahlungsbereitschaft angeboten wird, nennt sich *perfekte Preisdifferenzierung*. Da die maximale Zahlungsbereitschft jedoch von nicht beobachtbaren Faktoren abhängt, werden Kunden, welche ähnliche Zahlungsbereitschaften haben, in der Praxis in *Kundensegmente* eingeteilt. Dabei stellt sich die Frage, wie diese Klassen voneinander abzutrennen sind. Hierbei kann das Alter, die Region aber auch andere Faktoren, wie der Beruf des Kunden als Kriterium dienen. Klassische Kundensegmentierungsbeispiele sind Studenten, Senioren oder Kinder. Einem Studenten steht in der Regel weniger Geld zur Verfügung, als einem in Vollzeit arbeitendem Erwachsenen und ist dem entsprechend preissensitiver. Die Kundensegmente unterscheiden sich zum einen in der Zahlungsbereitschaft, zum anderen in den persönlichen Präferenzen, z. B. für das Produktdesign. Um Kunden einem Segment zuordnen zu können, sind zunächst Kriterien zu definieren, die das Kundensegment ausmachen. Diese Kriterien werden auch *Segmentationsbasen* genannt und können verschiedene Formen annehmen. Ein Kundensegment kann dabei anhand mehrerer Segmentationsbasen identifiziert werden. Zum Beispiel kann bei Online-Einkäufen der Ort des Einkaufs ein Indikator für das Einkommen der Person sein. Gleichzeitig ist das Alter der Person entscheidend. Eine Kombination der Basen lässt eine detaillierte Bestimmung der Zugehörigkeit eines Kunden zu. Dafür ist das Sammeln von Daten über Kunden essenziell. Eine der wohl schwierigsten Komponenten der Preisdifferenzierung ist der Kannibalisierungseffekt. Ein Kunde, welcher laut Kundensegmentierung einem Segment mit hoher Zahlungsbereitschaft zugeordnet wird, hat einen Anreiz, den Preis für eine untere Segmentklasse zu bezahlen. Maßnahmen, die diesem Prozess entgegenwirken, sind sogenannte *Fencing-Maßnahmen*. Fencing-Maßnahmen sind klar definierte Bedingungen, welche bei Einhaltung mit Preisnachlässen verbunden sind. Ein Kunde erfüllt diese restriktiven Kaufkriterien und erhält den Preis des Segments oder er ist bereit diese Kriterien in Kauf zu nehmen, um den günstigeren Preis zahlen zu dürfen. Diese Bedingungen kann eine nachweisbare Gruppenzugehörigkeit sein. Ein Student kann bei gegebenem Nachweis Rabatt für einen Kinobesuch erhalten. In der Flugbranche sind die Kaufzeitpunkte ein Kriterium für den Preis. Der Zeitpunkt des Kaufes lässt Rückschlüsse auf die Zahlungsbereitschaft des Kunden schließen. Insbesondere für den Großhandel unterscheiden sich Preise häufig nach dem Einkaufsvolumen des Kunden. Dabei zahlen Kunden, welche eine große Anzahl von Produkten kaufen in der Regel einen geringeren Stückpreis.
In einigen Branchen bietet es sich an, die Produkte qualitativ variieren zu lassen. Diese *horizontale Produktvariation* führt zu einer passiven Form der Kundensegmentierung. Der Kunde ist nicht direkt durch harte Kriterien an einen Preis gebunden, sondern er hat die Wahl für einen Aufpreis ein besseres Produkt zu erhalten. Ein Beispiel hierfür sind Smart-Phones, welche unterschiedliche Speicherkapazitäten oder Kameraqualitäten haben. Dabei ist entscheidend, dass

die Qualität der Produkte sich objektiv unterscheidet. Dies rechtfertigt die unterschiedlichen Preise und sorgt für eine natürliche Kundensegmentierung. Kunden mit hohem Einkommen und einer hohen Zahlungsbereitschaft kaufen wahrscheinlicher das qualitativ hochwertigere Produkt. Diese Variante der Kundensegmentierung ist aus rechtlicher Sicht und aus der Perspektive der Kundenakzeptanz unproblematisch, diktiert jedoch kein klares Verhaltensmuster der Gruppen. Es entsteht eine Vermischung der Segmente, welche bei der ursprünglichen Absatzplanung zu berücksichtigen ist. Um eine möglichst gute passive Segmentierung zu erzielen, ist der Fokus auf das *Produktdesign* zu legen. Der Grund ist die Erhöhung der intrinsischen Motivation der Segmente, damit sie sich selbst für den Kauf des für sie erstellten Produktes entscheiden. Die *Conjoint-Analyse* ist eine Familie dekompositioneller Verfahren, welche darauf abzielen, die Struktur der Präferenz von Kunden abzuschätzen. Die Datenerfassung erfolgt in der Regel empirisch über Umfragen. Dabei wird aus einer Untermenge Produkte, welche jeweils eine charakteristische Eigenschaft erfüllen, eine Präferenzreihenfolge des Befragten erstellt. Die Ergebnisse lassen sich bei der Wahl des Produktdesigns verwenden, um die Anforderung der Kundensegmente möglichst präzise zu erfüllen. Für mehr Informationen zu dem Thema empfiehlt sich der Artikel von Luce und Tukey, welche die ersten waren, die Conjoint-Analyse erwähnten.[38] Eine detaillierte deutschsprachige Einführung liefert das Lehrbuch von Backhaus et al.[39]

3.9.2 Setzen verschiedener Preise bei konstanter PAF

Das Problem für n Preise unter der Annahme einer aggregierten PAF, welche für die gesamte Kundenpopulation gleich ist, kann wie folgt modelliert werden:

$$\max R(p_1, p_2, ..., p_n) = p_1 d(p_1) + p_2(d(p_2) - d(p_1)) + ... + p_n(d(p_n) - d(p_{n-1})). \quad (3.21)$$

Wobei o.b.d.A. $p_1 \geq p_2 \geq ... \geq p_n \geq 0$ und die fünf Kriterien für PAFs aus Sektion (2.6), welche ein wohldefiniertes Verhalten in der Domäne $[0, \infty]$ sowie ein eindeutiges Optimum garantieren, gelten. Bei der linearen PAF aus Sektion (2.6) sind diese Kriterien erfüllt. Die n Preise spiegeln verschiedene Kundensegmente wider, welche voneinander zu separieren sind. Bei der linearen PAF ist der maximale Preis restriktiert durch $\frac{a}{b}$, da bei höheren Preisen die Nachfrage negativ wäre. Es gilt also das zusätzliche Kriterium $\frac{a}{b} \geq p_1$. Wird davon ausgegangen, dass keine weiteren Restriktionen, wie zum Beispiel Produktionskapazitäten oder preisliche Vorschriften, zu berücksichtigen sind, ist die Lösung des Problems mit Hilfe der Bedingung erster Ordnung zu finden:

[38] Vgl. Luce/Tukey (1964): 1–24.
[39] Vgl. Backhaus et al. (2018): 497–545.

$$r(p_1, p_2, p_2) \tag{3.22}$$
$$= p_1(a - bp_1) + p_2(a - bp_2 - a + bp_1) + p_3(a - bp_3 - a + bp_2) \tag{3.23}$$
$$= ap_1 - bp_1^2 - bp_2^2 + bp_1p_2 - bp_3^2 + bp_2p_3 \tag{3.24}$$
$$= 300p_1 - \frac{1}{4}p_1^2 - \frac{1}{4}p_2^2 + \frac{1}{4}p_1p_2 - \frac{1}{4}p_3^2 + \frac{1}{4}p_2p_3. \tag{3.25}$$

Der Vektor der partiellen Ableitungen der Erlösfunktion wird als *Gradient* bezeichnet. Das Nullsetzen des Gradienten führt zu den Extremstellen. Der Gradient ergibt sich in dem Beispiel wie folgt:

$$\Delta r(p_1, p_2, p_n) = \begin{pmatrix} 300 - \frac{2}{4}p_1 + \frac{1}{4}p_2 \\ -\frac{2}{4}p_2 + \frac{1}{4}p_1 + \frac{1}{4}p_3 \\ -\frac{2}{4}p_3 + \frac{1}{4}p_2 \end{pmatrix}. \tag{3.26}$$

Das resultierende Gleichungssystem ist zum Beispiel durch den Gauss-Jordan-Algorithmus zu lösen. Als optimale Preise für die drei Kundensegmente ergibt sich $p_1 = 900$, $p_2 = 600$, $p_3 = 300$. Ist die Hesse-Matrix, bzw. die Matrix der zweiten partiellen Ableitungen negativ definit, ist die hinreichende Bedingung für ein Maximum der Erlösfunktion erfüllt. Bei einer perfekten Separierung der einzelnen Kundensegmente steigt der Erlös von 90.000 GE auf 135.000 GE, was eine Profitsteigerung von 50 % gleichkommt. In der Realität ist eine perfekte Trennung der Segmente durch Fencing-Maßnahmen nur schwer möglich. Daher ist der Erlös von 135.000 GE eine obere Schranke für den Erlös der Preisdifferenzierung.

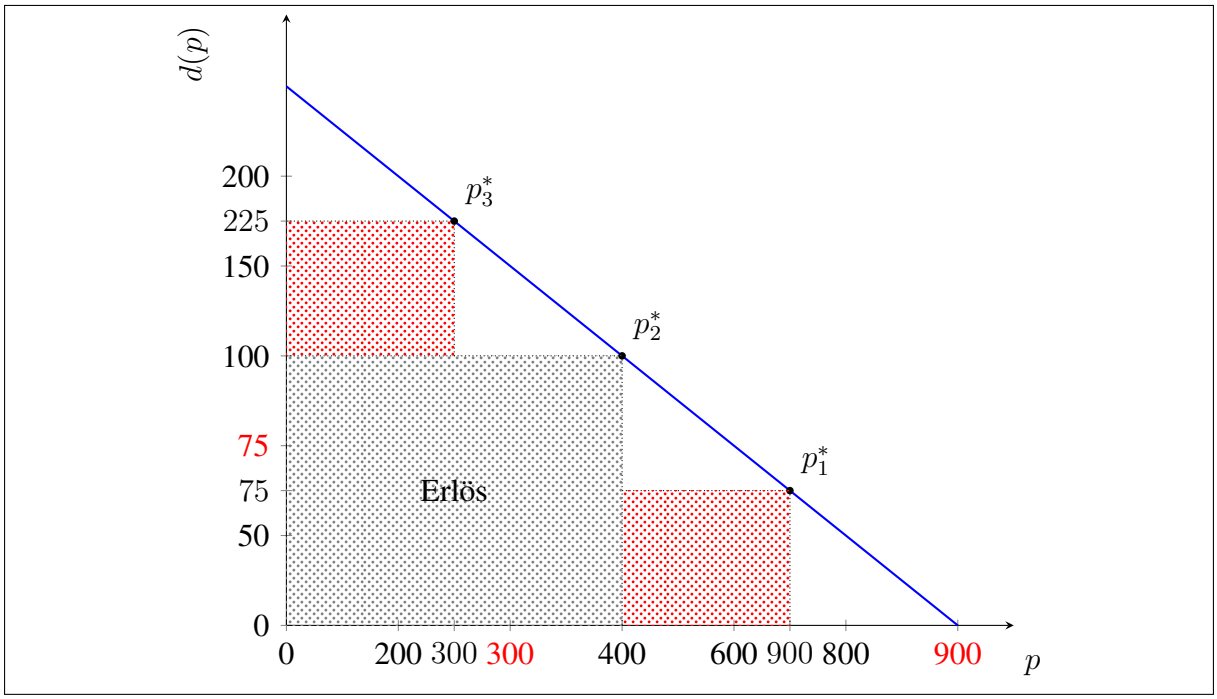

Abbildung 3.1: Preisdifferenzierung bei drei Preisen und einer beispielhaften linearen PAF. (Eigene Darstellung)

4 Aktuelle Situation und Implementierung

4.1 Marktsituation nach COVID 19

Die Pandemiesituation hat den Einzelhandel in vielerlei Hinsicht verändert. In dieser Sektion wird ein Überblick über die Änderungen im Kundenverhalten, sowie die Implikationen für DP-Lösungen der Einzelhändler gegeben. Viele Industrien wurden während der Corona-Pandemie negativ beeinflusst. Fernandes (2020) schätzen einen Rückgang des Bruttoinlandproduktes europäischer Länder für 2020 von drei bis fünf Prozent durch einen milden Lockdown. Jeder weitere Monat verursache einen weiteren Rückgang von zwei bis 2,5 Prozent.[1] Besonders der Einzelhandelssektor wurde in einigen Regionen schwer getroffen. Laut Daten des statistischen Bundesamtes sank der Erlös von Einzelhändlern besonders in den ersten Monaten der Pandemie von März bis Mai 2020 um bis zu 40 % im Bereich Kraftfahrzeuge und 38 % in der Kommunikationsbranche ab. Allein im Lebensmitteleinzelhandel ist eine Stagnation aber kein konstantes Wachstum zu beobachten. Zu erwähnen ist der Anstieg des Einzelhandes außerhalb von Verkaufsräumen, welcher ein jährliches Wachstum von 20 % bist fast 40 % erfuhr.[2] Durch das veränderte Kundenverhalten wird nicht nur der Absatz, sondern auch die Supply-Chain gestört.[3] Da in der globalisierten Wirtschaft in Abhängigkeit der Länge der Handelswege Produkte mehrere Wochen lang versandt werden, ist eine kurzfristige Reaktion auf Nachfrageänderungen schwer möglich. Trotzdem kann der Bestand, der kurzfristig zur Verfügung steht, über Preisveränderungen gesteuert werden, um Engpässen entgegenzuwirken. Gerade bei Hygieneartikeln, wie Desinfektionsmittel oder Toilettenpapier trat durch den *Knappheitseffekt* ein erhöhtes Lagern der Artikel auf. Der Grund hierfür ist die Reaktion auf ein Herdenverhalten. Damit einher geht eine erhöhte Preissensibilität der Kunden für die knappen Produkte.[4] Auf ein erhöhtes Kaufverhalten sollte demnach schnell reagiert werden, damit ein möglichst hoher Profit generiert werden kann. Diese Verkaufsmuster können durch tägliche Auswertungen von POS-Daten erkannt und mit Hilfe von DP-Verfahren genutzt werden (Siehe Sektion (5.2)). Das opportunistische Verhalten kann in den Augen der Kunden aus sozialer Sicht negativ wirken, von daher ist eine Abwägung der Vor- und Nachteile durchzuführen. Durch das veränderte Konsumverhalten und den Wechsel auf alternative Kanäle, wie das Internet, wird das Angebot über mehrere Kanäle für Unternehmen zunehmend wichtiger. Gerade ältere Menschen waren durch die Lockdowns gezwungen, ihr Konsumverhalten anzupassen und viele dieser sind auf den Einkauf über Online-Portale umgestiegen. Miss Fresh, ein Online-Einzelhandelsunternehmen aus China beobachtete ein 237 %-Wachstum der über 40-Jährigen Nutzer.[5] Durch den Komfort und die Flexibilität des Online-Handels besteht die Möglichkeit, dass diese und andere Konsumenten ihr Verhalten langfristig ändern.

Eine weitere Beobachtung ist die Desensibilisierung für Ausgabe privater Daten. Datenschutzverordnungen sind in den letzten Jahren immer wichtiger geworden. Die Pandemiesituation

[1] Vgl. Fernandes (2020): 21–24.
[2] Vgl. Statistisches Bundesamt Deutschland (2021).
[3] Vgl. Ivanov (2020): 4–12.
[4] Vgl. Hamilton et al. (2019): 546f.
[5] Vgl. Nielsen (2020).

erforderte jedoch zur Bewahrung der Sicherheit der Bevölkerung die Offenlegung von privaten Daten in vielen Bereichen wie der Gastronomie. Ob dies die Sensibilität der Konsumenten für In-Store-Monitorisierung nachhaltig beeinflusst ist abzuwarten.[6] Sinkt die Sensibilität, so können Daten über Kundenverhalten leichter erhoben und gezielter für Marketingaktionen und DP-Verfahren angewandt werden. In Krisensituationen, in denen das Verhalten von Personen eingeschränkt ist, kann es zu einem „Rebound-Effekt“ nach der Situation kommen. Das empfinden der Langeweile führe zu einer erhöhten Wahrscheinlichkeit für impulshafte Käufe.[7] Um die Begebenheiten optimal zu nutzen, sei besonders in den Anfangszeiten nach der Pandemie mit niedrigen Preissensibilitäten zu rechnen und der Preis dem entsprechend hoch anzusetzen.

4.2 Benötigte Hardware und Software für RM-Implementierungen

In diesem Kapitel werden die Notwendigkeiten für die Umsetzung von RM-Methoden im Einzel- und Großhandel diskutiert. Dabei wird sowohl auf die benötigte Infrastruktur, Software sowie Hardware eingegangen. Zunächst werden die benötigten Komponenten definiert und Beispiele aus der Praxis gegeben.

4.2.1 Software und Infrastruktur

Die Basis aller RM-Systeme stellt die Point-of-Sale (POS) Datenbank dar. Hier werden zum Zeitpunkt der Transaktion produktspezifische Daten erhoben und gespeichert. Dazu gehören Produktname, Produktpreis, Kategorie, Haltbarkeitsdatum, Bestand, Aktionsstatus und mehr. Das POS-System ist dafür zuständig, dass Daten über Bestände und Aktionen im System zur Verfügung stehen und zu jedem Zeitpunkt abrufbar sind. Beim Checkout des Kunden kann garantiert werden, dass der korrekte Preis bezahlt wird und gleichzeitig Informationen über den verbleibenden Bestand aktualisiert werden. Dabei ist es vonnöten, dass alle Artikel im Bestand eindeutig zu identifizieren sind. Dies geschieht in der Regel durch Barcodes, welche Informationen über Artikel, Produkttyp und Hersteller enthalten. Diese sind in Deutschland flächendeckend standardisiert und folgen dem *Global Trade Item Number (GTIN)* Muster.[8] Diese ist für jedes Produkt einzigartig. Die zusätzlichen Daten, wie Mindesthaltbarkeitsdatum, Restbestand und Aktionsstatus werden über interne Datenbanken verwaltet. Wird ein Artikel beim Checkout gescannt, so schickt das POS-System eine Anfrage an die Datenbank des Ladens und erhält sofort alle benötigten Informationen über Preis, Rabatt und Steuern. Wird die Transaktion abgeschlossen, wird der Bestand aktualisiert und über einen Drucker der Kassenzettel ausgedruckt. Für die Konfiguration, sowie zur manuellen Anpassung des RM-Systems ist ein grafisches Interface vonnöten. Der heutige Standard ist, dass dieses über einen Webbrowser als SaaS (Software as a Service) zur Verfügung gestellt wird. In Deutschland ansässige Anbieter für Dynamic Pricing Softwares sind unter anderem die emarketing AG[9] und Reactev[10]

[6] Vgl. Pantano et al. (2020): 211.
[7] Vgl. Deng et al. (2020): 1f.
[8] Vgl. GS1 Germany (2021b).
[9] Vgl. emarketing AG (2021).
[10] Vgl. Reactev (2021).

Ebenso essenziell ist die Integration von *Electronic Data Interchange (EDI)*-Systemen. Da die Datenübermittlung von System zu System variiert, ist es für die Automatisierung von Interaktionen mit anderen Unternehmen wichtig, eine gemeinsame Form der Kommunikation zu verwenden. Bei der Unterschreitung eines Mindestbestands, welcher über das POS-System festgestellt wird, mag eine automatische Bestellmitteilung an den Hersteller ausgelöst werden. Die hierfür notwendigen Formatstandards schafft das EDI-System. Dies ist ein weltweit standardisiertes Datenformat, welches die Kommunikation zwischen Unternehmen ohne teure Software ermöglicht. Die Integration in das Netzwerk kann On-Premise über Schnittstellen erfolgen oder über eine Anmeldung bei „WebEDI“.[11] Dies ist für Unternehmen kostenlos möglich. Durch weltweite Standardisierung ist es möglich, so sicher und nahtlos Informationen über Bestände zu synchronisieren und Bestell- und Liefermitteilungen papierlos durchzuführen. Das EDI-System erlaubt nicht nur die Kommunikation der einzelnen Unternehmen untereinander, sondern kann ebenso zur Kommunikation mit mehreren Partnern benutzt werden. Dies wird zum Beispiel bei Ausschreibungen genutzt.[12] Die meisten Enterprise Resource Planning (ERP)-Systeme haben die EDI-Standards bereits integriert.

4.2.2 Dynamic Pricing im Markt

Neben der soeben beschriebenen Infrastruktur, welche aus ERP- POS- und EDI-System besteht, ist Hardware vonnöten. Die nötige Leistung der Hardware hängt von der Anzahl, der Vielfalt und den RM-Methoden ab, welche verwendet werden. Zunächst wird eine Rechenzentrale benötigt. Bei kleineren Shops, welche lediglich lokal für einige Hundert Produkte Preisentscheidungen treffen müssen, reicht hier ein Rechner mit 16 GB RAM aus. Die Prognoseverfahren, sowie Preisänderungen werden dabei in der Regel außerhalb der Öffnungszeiten täglich vorgenommen.[13] Um Daten, welche für die Berechnung gebraucht werden, zu speichern, muss ein Datenbanksystem implementiert werden. Die benötigte Größe der Datenbank ist von der Anzahl der zu speichernden Daten abhängig. Hierbei sei zu erwähnen, dass ein Outsourcing der Datenspeicherung zu einer lukrativen Alternative geworden ist. Große Cloud-Anbieter, wie Amazon Web Services spezialisieren sich darin, große Datenmengen zu speichern und zu verwalten.[14] Die Vorteile sind keine Anschaffungskosten von Hardware-Speichern und eine hohe Sicherheit, dass die Daten nicht verloren gehen. Um die Stammdaten in Brick-and-Mortar-Läden zu pflegen, werden mobile Datenerfassungsgeräte (MDEs) gebraucht. Diese erlauben es, auf Knopfdruck Daten über sämtliche angebotenen Produkte zu erfahren und die Stammdaten anzupassen. Die Anzahl der benötigten Geräte hängt dabei von der Größe des Betriebes und der Anzahl der Mitarbeiter ab. Das POS-System, bestehend aus Software für die Datenerfassung beim Kunden-Check-Out und Hardware, wie der Kasse, dem Kartenlesegerät und den integrierten Barcode-Scannern, ist der letzte essenzielle Bestandteil des RM-Systems. In vielen Industrien werden mittlerweile digitale Preisschilder angewandt, welche mit den Stammdaten und dem

[11] Vgl. GS1 Germany (2021a).
[12] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 606f.
[13] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 594.
[14] Vgl. Amazon (2021).

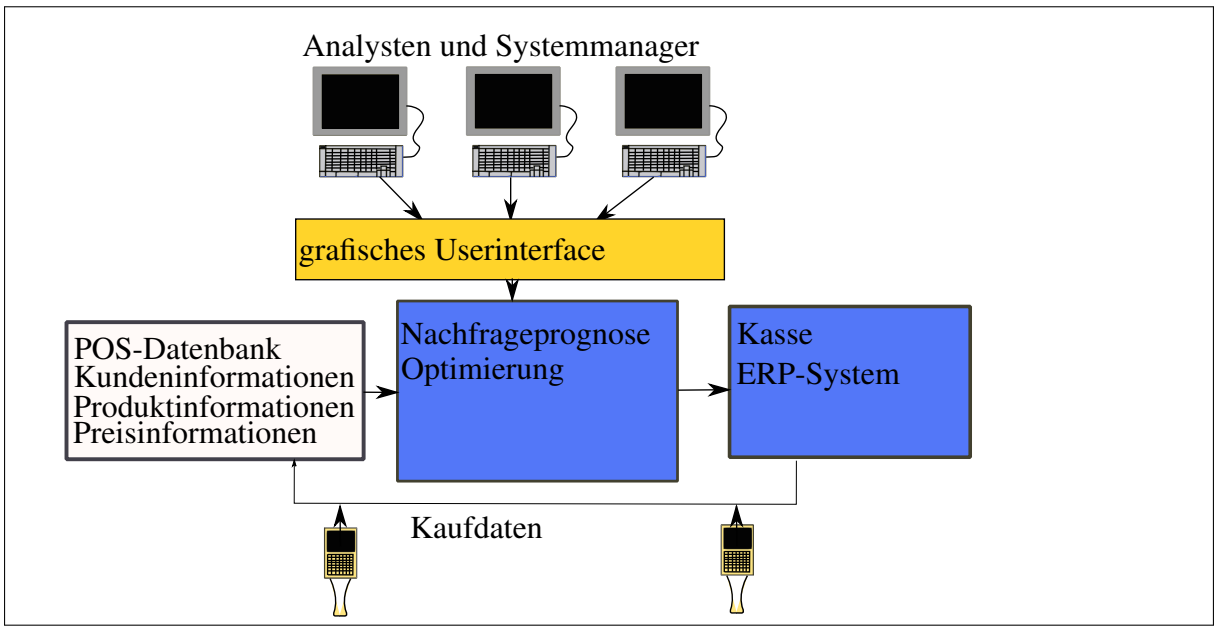

Abbildung 4.1: Skizze eines RM-Systems in Anlehnung an Talluri/van Ryzin (2004)[17]

POS-System verbunden sind.[15] Die Verbindung ist dabei in der Regel drahtlos. Die Möglichkeit, Preise in Sekundenschnelle anpassen zu können, verschafft Flexibilität in der Preisgestaltung für das RM-System und entlastet die operativen Mitarbeiter. Experimentelle Studien fanden zudem einen signifikanten Anstieg der Nettomarge durch die gesunkenen Personalkosten und durch eine höhere Preiswechselrate.[16]

Die konkreten Anforderungen für RM-Systeme sind abhängig von der Anzahl der Artikel, der Verkaufsmenge und des zu Grunde liegenden Systems selbst. Je mehr Daten gespeichert und verarbeitet werden müssen, desto höher sind die Anforderungen an Hard- und Software.

[15] Vgl. Gode (2021).
[16] Vgl. Stamatopoulos/Bassamboo/Moreno (2021): 250.
[17] Vgl. Talluri/van Ryzin (2004b): 597.

5 Erörterung ausgewählter DP-Algorithmen

In diesem Kapitel werden mehrere Möglichkeiten dargestellt, Dynamic-Pricing-Methoden in der Praxis zu implementieren. Diese sind in drei Kapitel unterteilt, welche dem selben Schema folgen. Zuerst werden die Anwendungsziele und Bedingungen für die Algorithmen erläutert. Darauf folgt die mathematische Notation. An den beiden Beispielen aus Sektion (2.5) werden die Algorithmen veranschaulicht. Da im Einzelhandel typischerweise runde Preise verwendet werden, wird eine diskrete Menge an Preisen betrachtet. Es wird von einer myopischen Nachfrage ausgegangen. Der Kundenstamm ist infinit. Die betrachtete Firma ist ein Monopolist, es ist also nicht mit Einflüssen der Konkurrenz auf die Absatzmengen zu rechnen.
Das erste Modell befasst sich mit dem sogenannten Demand Learning. In der Zeit des Internets ist durch den Online-Handel und die Möglichkeit der Integration von digitalen Preisschildern ein schneller und (nahezu) kostenfreier Preiswechsel möglich. Das Demand Learning befasst sich mit dem laufenden Lernen aus der beobachteten Nachfrage und geht der Frage nach der Findung eines optimalen statischen Preises und der Preiselastizität des Produktes nach. Dieser wird durch dynamische Preisexperimente explorativ gesucht. Für eine Übersicht über die Forschung zu Demand Learning sei auf die Literaturübersicht von den Boer verwiesen.[1] Der zweite Algorithmus befasst sich mit der Auswahl der optimalen Preise in Abhängigkeit des verbleibenden Lagerbestands und der Zeit. Dabei wird von einem endlichen kontinuierlichem Zeithorizont und einer festen Produktmenge ausgegangen. Der Ankunftsprozess wird als inhomogener Poisson-Prozess modelliert. Ziel des Verfahrens ist, Schwellwerte zu finden, welche eine Politik vorgeben, zu welcher Kombination aus Zeit und Lagerbestand welcher Preis angewendet werden soll. In dem Modell wird die Annahme getroffen, dass die Nachfrage zeithomogen ist. Es wird eine Möglichkeit aufgezeigt, wie flexibel auf unerwartete Nachfrageschwankungen reagiert werden kann. Im dritten Modell wird der Fall erörtert, in dem die Preissensibilität der Kunden sich im Zeitablauf ändert. Dies ist bei den meisten saisonalen Produkten der Fall. Es wird ein klassischer Markdown-Algorithmus betrachtet, welcher zunächst unter deterministischen und darauf unter stochastisch modelliertem Kundenverhalten eine optimale Preispolitik für einen endlichen Zeitraum vorgibt. Abgerundet wird jede Sektion mit einem Beispiel sowie einer spezifischen Rechenstudie.
Zunächst wird eine kleine Einführung in das *Thompson Sampling* gegeben, da der Demand-Learning-Algorithmus auf dem Mechanismus beruht.

5.1 Anwendungsbeispiel 1: Demand Learning

5.1.1 Thompson-Sampling

Thompson-Sampling wurde zuerst von William R. Thompson erwähnt.[2] Die Aufmerksamkeit der Forschung im Bereich des Operations Research wurde jedoch erst Anfang der 90er Jahre geweckt. Hauptauslöser war die Entwicklung technologischer Innovationen, wie dem Internet und Computern mit besseren Rechenleistungen. Der Algorithmus lässt sich am Beispiel

[1] Vgl. Den Boer (2015).
[2] Vgl. Thompson (1933): 2–10.

des „Multi-Armed-Bandit-Problems“ beschreiben. Dabei geht es um einen Spielautomat mit N Hebeln, die jeweils unterschiedliche Gewinnwahrscheinlichkeiten haben. In der einfachsten Variante hat jeder Arm eine Gewinnwahrscheinlichkeit p. Jedes Ziehen an einem Hebel $i \in \{1, ..., N\}$ kann als Bernoulli-Experiment mit Erfolgswahrscheinlichkeit p_i betrachtet werden. Dabei sind die Gewinnwahrscheinlichkeiten p_i dem Spieler nicht bekannt. Das Problem modelliert den Konflikt zwischen *Exploration* und *Exploitation*. Bevor ein Hebel mit hoher Gewinnwahrscheinlichkeit dauerhaft verwendet wird, sollten die Gewinnwahrscheinlichkeiten der anderen Hebel annähernd bekannt sein, um das Bedauern zu minimieren. Das Bedauern (engl. Regret) bezeichnet die Abweichung des beobachteten Ergebnisses des Algorithmus von dem optimalen Wert, bei von Anfang an bekannten Erfolgswahrscheinlichkeiten. Ausgehend von einer grob geschätzten Anfangsverteilung V_i der Gewinnwahrscheinlichkeit p_i wird eine Realisation der Zufallsvariable für jeden Hebel i gezogen. An dem Hebel, welcher die beste Realisierung der Zufallsvariable aufweist, wird gezogen und das Ergebnis beobachtet. Die Erfolgswahrscheinlichkeit des gezogenen Hebels wird dann um die beobachteten Ergebnisse (Erfolg oder Misserfolg) aktualisiert. Mit jeder Iteration wird die Erfolgswahrscheinlichkeit eines Hebels ersichtlicher. Der Vorteil gegenüber Greedy-Methoden ist dabei, dass bei der Auswahl der Hebel die bereits bekannten Wahrscheinlichkeiten berücksichtigt werden, während z. B. bei der Epsilon-Greedy-Exploration mit einer Wahrscheinlichkeit von ϵ eine zufällige Auswahl getroffen wird. Für eine detaillierte Beschreibung von Thompson-Sampling wird auf das Tutorial von Russo et al. (2018) verwiesen.[3] Granmo (2010) bietet eine detaillierte Beschreibung des „Two-Armed-Bandit-Problems“ und theoretischen sowie simulationsbasierten Ergebnissen des Thompson Samplings zur Lösung dieses.[4]

Für DP-Methoden kann das Problem wie folgt interpretiert werden. Die Nachfrage für alle Preise in Ω_p sei unbekannt. Für das Thompson-Sampling werden diese zunächst grob abgeschätzt. Es wird ein Produkt betrachtet, welches zu drei potentiellen Preisen $\Omega_p = \{p_1, p_2, p_3\}$ angeboten werden kann. Es liegt jedoch keine Datenbasis aus der Vergangenheit vor, aufgrund derer eine Schätzung vorgenommen werden kann. In jeder Periode wird für alle Preise, unter der Annahme einer bestimmten Verteilung der Nachfrage, abhängig vom Preis, eine zufällige Stichprobe gezogen. Unter der Annahme, dass die Nachfrage zu dem Preis eintritt, wird nun der Erlös $r(d(p_i))$ für alle Realisationen der Nachfrage unter den Preisen p_i ermittelt. Der Preis, zu dem der beste Erlös erzielt wurde, wird in der Periode verwendet und es wird eine tatsächliche Nachfrage $d_t(p_{it})$ beobachtet. Die Beobachtung wird verwendet, um die vorherigen Annahmen (*Prior*) über die PAF zu aktualisieren. Dabei wird bei steigender Stichprobengröße n für Preis p_i das Konfidenzintervall für den wahren Erwartungswert der Nachfrage unter Preis p_i immer schmaler. Gute Preise werden also bei steigendem n immer häufiger verwendet, wobei ineffiziente Preise seltener bzw. gar nicht mehr verwendet werden. Dies wird vor allem für die Preisfindung eines besten statischen Preises praktiziert. Bisweilen gibt es Forschung und Anwendungen des Thompson-Samplings im Online-Handel, da hier Preiswechsel ohne erheblichen Kostenaufwand realisiert werden können. In lokalen Geschäften kann durch

[3] Vgl. Russo et al. (2018): 1–93.
[4] Vgl. Granmo (2010): 207–231.

elektronische Preisschilder jedoch eine ähnlich effiziente Preisänderung durchgeführt werden. Ganti et al. (2018) wenden Thompson Sampling im E-Commerce-Business an und beobachten eine statistisch signifikante Erlössteigerung bei manchen Artikeln im Vergleich zu den zuvor verwendeten Preissetzungsmethoden.[5]

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Algorithmus vorgeschlagen, der aus einer Menge konkreter Preise einen optimalen stetigen Preis sucht. Hierzu werden Verfahren des Thompson-Samplings angewandt. Liegen Daten aus vergangenen Verkaufsperioden vor, so kann mit Hilfe von Regressionsmethoden (siehe (2.7)) ein Absatz prognostiziert werden. Im Normalfall liegen jedoch nicht für alle betrachteten Preise Daten vor. Zur Anwendung des Thompson-Samplings ist keine genaue Schätzung notwendig. Realistische Schätzungen erfüllen das Kriterium, dass bei steigendem Preis die Nachfrage sinkt. Zudem sollte die Varianz zu Beginn höher gewählt werden, da eine erhöhte Unsicherheit über die Nachfrage besteht. Da dies eine simulationsbasierte Rechenstudie ist, werden Annahmen über die Nachfrage unter den Preisen $p \in \Omega_p$ getroffen. Die Nachfrage sei poissonverteilt, also $D(p_i) \sim Poi_{\lambda_i}$, wobei λ_i die erwartete Nachfrage $E(D(p_i))$ darstellt. Es wird davon ausgegangen, dass keine Beobachtungen zu Verkaufsmengen vorliegen. Da die Gammaverteilung zu der Poissonverteilung konjugiert ist, wird für die Schätzung des Priors (erwartete Nachfrage vor der Beobachtung) eine Gamma-Verteilung mit den Parametern $c_i = 1$ und $n_i = 1$ für aller Preise p_i angenommen. Diese werden, nachdem die Nachfragemenge unter Preis p_i beobachtet wurde, mit dem Satz des Bayes aktualisiert. Eine Erläuterung des Satzes von Bayes befindet sich in Sektion (7.2) im Anhang. Wobei die Aktualisierung der Parameter in geschlossener Form durchgeführt werden kann. Dabei werden in jeder Periode die Parameter nach dem folgenden Schema aktualisiert:

$$c_{it} \equiv \sum_{j=1}^{t} d_j(p_i) \cdot 1_{[p_j^* = p_i]} \, \forall i \in \{1, ..., K\} \tag{5.1}$$

$$n_{it} \equiv \sum_{j=1}^{t} 1_{[p_j^* = p_i]} \, \forall i \in \{1, ..., K\} \tag{5.2}$$

Der Parameter a_{it} beschreibt die gesamte beobachtete Nachfrage unter dem jeweiligen Preis p_i von Periode 1 bis Periode t. Der Parameter b_{it} beschreibt die Anzahl der Perioden bis t, in denen p_i als Preis verwendet wurde. In einem Umfeld, in dem die Anzahl der Preiswechsel keine Rolle spielen, ist nach der Ziehung der Stichproben in jeder Periode ein Preiswechsel möglich. Daher wird in jeder Periode $t \in \{1, ..., T\}$ für jeden Preis $p_i \in \Omega_p$ eine Nachfrage aus der Priorverteilung gezogen und der resultierende Erlös errechnet. Der optimale Preis wird in der Periode verwendet und aus der beobachteten Nachfrage und der Priorverteilung wird mit dem Satz von Bayes die Posteriorverteilung bestimmt, welche ebenfalls gammaverteilt ist.

[5] Vgl. Ganti et al. (2018): 15–19.

5.1.2 Demand Learning mit Thompson Sampling ohne Kapazitätsrestriktionen

Der vorgestellte Algorithmus stellt eine vereinfachte Version des „Online Network Revenue Management “ dar.[6] Das Online steht dabei sowohl für die Möglichkeiten der Anwendung im Onlinehandel als auch für die kontinuierliche Aktualisierung der Nachfrage im Zeitablauf. Die Autoren betonen, dass der Algorithmus nicht nur auf den Online-Handel angewandt werden kann. Der im Paper vorgestellte Algorithmus hat das Ziel, die Methode des Thompson Samplings zu verwenden, um eine optimale Kombination aus statischen Preisen für eine Menge aus mehreren Produkten zu finden. Dabei wird außerdem der Aspekt des limitierten Bestandes berücksichtigt. Die Menge der potentiellen Preise sowie der Zeitraum des Verkaufes ist finit und diskret. Das Problem wird in diesem Artikel vereinfacht dargestellt in der Hinsicht, dass lediglich ein Produkt betrachtet wird. Das Prinzip bei der Implementierung mit mehreren Produkten ist methodisch identisch. Die Produkte sowie die Preise werden hier lediglich wie in Sektion (3.4) als Vektor modelliert. Der Vorteil beim experimentellen Vorgehen mit mehreren Produkten ist, dass Interdependenzen zwischen den Produkten beobachtet werden können. In einer Simulationsumgebung müssen diese Annahmen über Kreuzpreiselastizität vorher getroffen werden und dies schien im Rahmen der Arbeit nicht sinnvoll. Der Fokus liegt dabei auf der Erklärung des Grundprinzips. Die Umsetzung für mehrere Produkte ist in dem Original-Paper von Ferreira nachzulesen.
Betrachtet wird ein Produkt, welches über einen finiten Zeitraum angeboten wird. Der Zeitraum ist in T diskrete Perioden unterteilt. Der Bestand kann über den gesamten Verkaufszeitraum nicht aufgefüllt werden. In jeder Periode $t \in T$ werden folgende Schritte durchgeführt:

1. Der Händler bietet das Produkt zu einem Preis p_t an, welcher aus der endlichen, diskreten Menge Ω_p entnommen wird.

2. Kunden beobachten den Preis und treffen Kaufentscheidungen. Die Kaufentscheidungen folgen einer poissonverteilten kumulativen Verteilungsfunktion $D(t) \sim Pois_{E[D(t)]}$. Es wird davon ausgegangen, dass die Nachfrage $D(t)$ unabhängig von vergangenen Beobachtungen ist. Der beobachtete Erlös ergibt sich aus $R(t) = D(t) \cdot p_t$.

Zu Beginn des Verkaufszeitraums ist der Parameter λ der poissonverteilten Nachfrage unbekannt. Der Händler lernt im Verlauf des Verkaufshorizontes mehr über den wahren Wert des Parameters und kann mit größer werdender Genauigkeit den optimalen Preis wählen. Das Ziel des Händlers ist es, den Erlös im gesamten Verkaufszeitraum zu maximieren. Zunächst wird das Problem ohne Restriktionen über Kapazitäten betrachtet. In einem zweiten Schritt wird gezeigt, wie Kapazitätsrestriktionen in das Modell eingebaut werden können. Zunächst sind jedoch Schätzwerte für die Nachfrage unter den Preisen in Ω_p zu definieren. Je genauer die Schätzwerte sind, desto schneller konvergiert der Algorithmus zur optimalen Politik. Es ist jedoch möglich, die Schätzer alle gleich zu setzen und die anderen Schätzer bei Beobachtung der Nachfrage anzupassen. Zum Beispiel kann von einer linearen PAF ausgegangen werden.

[6] Vgl. Ferreira/Simchi-Levi/Wang (2018): 1–29.

Um die erwartete Nachfrage der nicht verwendeten Preise zu aktualisieren, kann auf Methoden der linearen Regression zurückgegriffen werden. Hierzu wird die Methode der „Ordinary Least Squares “ verwendet. Sei $P_b \subset \Omega_p$ die Menge an Preisen, die bereits für mindestens eine Periode angewendet wurden, so wird für alle Preise $p_i \in \Omega_p \setminus P_b$ der Schätzer a_i auf $\hat{d}(p_i) \equiv \theta_0 + \theta_1 p_i$ gesetzt. Dabei sind θ_0 und θ_1 die Parameter der Geradengleichung, welche die geringste Distanz zu den Mittelwerten der bereits beobachteten Nachfragen unter den Preisen $p_i \in P_b$ bis Periode t hat. Auch wenn die tatsächliche Nachfrage keiner linearen PAF unterliegt, wird so ein besserer Schätzer für die nicht beobachteten Preise bestimmt. Dieses Problem ähnelt dem Multi-Armed-Bandit-Problem. Ein Preis kann hier als „Hebel“ bezeichnet werden und der Erlös ist der Erfolgswahrscheinlichkeit gleichzusetzen. Der Algorithmus kann im Pseudocode wie folgt verwendet werden:
In jeder Periode t wird ein Nachfragewert aus der geschätzten Verteilung für den Mittelwert der Nachfrage unter Preis p_i für jeden Preis in Ω_p gezogen. Für alle Preis-Nachfrage-Kombinationen wird der Erlös $\tilde{R}(t, p_i)$ bestimmt und der Preis, welcher den höchsten erwarteten Erlös hat, wird für die Perioden verwendet. Während der Verwendungszeit wird eine Nachfrage beobachtet, welche die Erwartungen an die wahre erwartete Nachfrage unter p_i aktualisiert. Die Aktualisierung über die Erwartung geschieht durch den Satz von Bayes und kann für poissonverteilte Nachfrage in geschlossener Form ausgerechnet werden. Der Grund hierfür ist das Verhältnis der Poisson- und der Gamma-Verteilung. Für jeden beobachteten Wert der Nachfrage wird der Schätzer präziser und die Wahrscheinlichkeit, dass ein Preis gewählt wird, der einen schlechten Erlös erzielt, wird geringer. Von Schritt 19 bis Schritt 24 werden die Schätzer der Nachfrage für alle Preise aktualisiert, welche noch nicht verwendet wurden. Das Verfahren wird für T Perioden wiederholt, wobei die Wahrscheinlichkeit, dass ein guter Preis ausgewählt wird, mit jeder Iteration steigt.

5.1.3 Berücksichtigung von Kapazitätsrestriktionen

In der Praxis kann es vorkommen, dass der Bestand in einem Zeitraum $1, ..., T$ limitiert ist. Ist dies der Fall, so kann der Algorithmus in Untersektion (5.1.2), falls der Bestand geringer ist als die kumulierte Nachfragemenge, eine unzulässige Lösung finden. In Perioden, in denen der Bestand aufgebraucht ist, kann unabhängig von der Wahl des Preises kein Verkauf zustande kommen und kein Erlös erzielt werden. Eine Möglichkeit, dieses Problem anzugehen, ist die Testphase des Algorithmus anzupassen. Zunächst wird die Annahme getroffen, dass im Zeitraum die Nachfrage in jeder Periode homogen sei. Unter der Annahme, dass die Nachfragekriterien, welche in Sektion (2.6) erläutert werden, gelten, ist ein optimaler Preis p^* für den gesamten Zeitraum klar definiert. In dem Fall, dass Kapazitätsrestriktionen den Verkauf im Betrachtungszeitraum nach oben einschränken, ist folgendes LP zu lösen, um den optimalen Preis zu ermitteln:

Algorithm 1 Optimierung durch Thompson Sampling mit einem Produkt ohne Kapazitätsrestriktionen

INPUT:
  Menge der Preise Ω_p mit $|\Omega_p| = L$
  Länge des Zeitraumes T
  (Für die Simulation) die „wahre Nachfrage“ unter Preis p_i z.B. als PAF $D(p)$
Auswahlphase:
Initialisierung der Schätzer (Prior) für $E[D(p_i)] \sim Gamma_{c_{p_i}, n_{p_i}}$ für alle Preise p_i in Ω_p, $c_i \leftarrow 1$ und $n_i \leftarrow 1$.
for $t = 1, ..., T$ **do**
  for $z = 1, ..., L$ **do**
    Ziehe ein zufällige Realisation der Nachfrage für jeden Preis $\tilde{D}(t, p_i) \equiv E[D(p_i)] \sim Gamma_{c_i, n_i}$.
    Errechne den erzielten Erlös unter der zufälligen Nachfrage $\tilde{R}(t, p_i) = \tilde{D}(t, p_i) \cdot p_i \, \forall i = 1, ..., L$.
  end for
  $p_t^* = \arg\max_{p_i} \tilde{R}(t, p_i)$.
  Testphase:
  Beobachte eine tatsächliche Nachfrage $\hat{D}(t)$ unter Preis p_t^*. (Diese wird hier simuliert und folgt einer Poissonverteilung mit dem Parameter λ)
  Beobachte einen aus der Nachfrage und dem Preis resultiertenden Erlös $\hat{R}(t)$.
  Aktualisiere die Parameter für die Prioren Schätzer der erwarteten Nachfrage unter des in der Periode ausgewählten Preises p_t^*: $c_{p_t^*} \leftarrow \sum_{j=1}^{t} \hat{D}(t) \cdot 1_{[p_j^* = p_t^*]}$ und $n_{p_t^*} \leftarrow \frac{1}{\sum_{j=1}^{t} 1_{[p_j^* = p_t^*]}}$.
  Aktualisiere den Durchschnitt der beobachteten Nachfragen unter Preis p_t^*: $\bar{D}_{p_t^*} \leftarrow \frac{\sum_{j=1}^{t} \hat{D}(t) \cdot 1_{[p_j^* = p_t^*]}}{\sum_{j=1}^{t} 1_{[p_j^* = p_t^*]}}$.
  Aktualisiere den Durchschnitt des beobachteten Erlöses unter Preis p_t^*: $\bar{R}_{p_t^*} \leftarrow \frac{\sum_{j=1}^{t} \hat{R}(t) \cdot 1_{[p_j^* = p_t^*]}}{\sum_{j=1}^{t} 1_{[p_j^* = p_t^*]}}$.
  Führe eine lineare Regression für alle bereits verwendeten Preise durch. Die daraus resultierende Geradenfunktion sei definiert durch die Gerade, welche die geringste Abweichung aller durchschnittlichen Nachfragen unter den bereits verwendeten Preisen p_i hat ($X(p) = \theta_1 + \theta_2 \cdot p$). Falls nur ein Preis verwendet wurde, hat die Gerade die Steigung null.
  for $z = 1, ..., L$ **do**
    if $\sum_{j=1}^{t} \cdot 1_{[p_j^* = p_z]} = 0$ **then**
      $c_{p_z} \leftarrow X(p_z)$.
    end if
  end for
end for
OUTPUT: Die durchschnittlichen Erlöse $\bar{R}_{p_i}$ und die Durchschnittlichen Nachfragewerte $\bar{D}_{p_i}$.

$$\max_{x} \sum_{i=1}^{L} p_i d_i(t) x_i \tag{5.3}$$

$$\text{s.t.} \sum_{i=1}^{L} d_i(t) x_i \leq c \tag{5.4}$$

$$\sum_{i=1}^{L} x_i \leq 1 \tag{5.5}$$

$$x_i \geq 0, i \in 1, ..., L. \tag{5.6}$$

Das resultierende LP ist für jede Periode zu berechnen und gleicht dem linearen Programm aus Untersektion (3.2.3). Dabei kann die Entscheidungsvariable x_i als Wahrscheinlichkeit dafür interpretiert werden, dass Preis p_i in Periode t verwendet wird. $d_i(t)$ ist die geschätzte Nachfrage in Periode t unter Preis p_i. c gibt das Kapazitätslimit in jeder Periode an. Eine einfache Möglichkeit, dies zu bestimmen, ist die gesamte zur Verfügung stehende Kapazität durch die Anzahl der Perioden zu teilen, $c = \frac{C}{T}$. Wobei C die Kapazität ist, welche über den gesamten Betrachtungszeitraum zur Verfügung steht. Das lineare Programm kann in den Algorithmus integriert werden, indem Schritt 10 durch den folgenden Schritt ersetzt wird:

„*Löse das lineare Programm für Periode t mit den zufälligen Realisationen der Nachfragen $d_i(t) = \tilde{D}(t, p_i)$*“.

Ebenso muss beachtet werden, dass in jeder Periode nur ein Preis verwendet wird. Theoretisch kann in einer Periode zwischen mehreren Preisen variiert werden. Dies wird aber in diesem Algorithmus nicht berücksichtigt. Das zu häufige Wechseln der Preise führt zudem zu verwirrten Kunden und sollte daher vermieden werden. Der folgende Schritt ist also notwendig, um zu garantieren, dass nur ein Preis in Periode t verwendet wird.

„*Wähle unter der Berücksichtigung der optimalen Lösung des LP's Preis p_i mit Wahrscheinlichkeit x_i und wähle den höchsten Preis mit Wahrscheinlichkeit $1 - \sum_{1=1}^{L} x_i$.*“

Das Ziel des Algorithmus ist es, den Erlös über den gesamten Zeitraum zu maximieren. Ist die Summe der x_i-Werte kleiner als 1, so ist eine Preissetzung von dem höchsten Preis in jeder Periode optimal. Da die Nachfrage in dem Fall höher ist als der Bestand, ist zu überlegen, ob der Menge Ω_p noch ein höherer Preis hinzugefügt werden sollte. Außerdem ist zu beachten, dass die Nachfrage tatsächlich restriktiert ist und vor Ablauf der letzten Periode T bereits erschöpft sein kann. Dies sollte in der Berechnung des Gesamterlöses berücksichtigt werden. Für das Beispiel 1 in Sektion (2.5) sei eine zeithomogene, jedoch unbekannte PAF von $D(p) = 200 - \frac{1}{4}p$ vorgegeben. Die Ergebnisse des Thompson-Sampling-Algorithmus mit Kapazitätsrestriktionen werden mit den Lösungen des deterministischen LP's, welches den Erwartungswert der Nach-

frage $E[D(p)]$ als Parameter für $d_i(t)$ in jeder Periode kennt und die Preise dem entsprechend wählt, verglichen.

Tabelle 5.1: Vergleich der deterministischen (optimalen) Lösung mit dem Algorithmus unter einer linearen PAF

C	$R^*_{C,T}(P^*_{C,T})$	$r^{P^*}_{C,T}$	$r^{Samp}_{C,T}$	Verb. Kap.	Verb. Kap. Algo	Proz. Diff.
1000	529.99	529.99	526.36	0.0	0.0	99.32 %
2000	1059.98	1059.98	1056.42	0.0	0.0	99.66 %
3000	1589.97	1589.97	1581.92	0.0	0.0	99.49 %
4000	2119.96	2119.96	2113.98	0.0	0.0	99.72 %
5000	2649.95	2649.95	2642.54	0.0	0.0	99.72 %
6000	3179.94	3179.94	3173.08	0.0	0.0	99.78 %
7000	3635.00	3624.78	3606.79	29.1	40.6	99.50 %
8000	3832.51	3810.27	3764.19	48.7	253.5	98.79 %
9000	3950.01	3933.82	3842.13	43.3	655.4	97.67 %
10000	3999.99	3987.42	3910.83	31.2	1043.9	98.08 %

In Tabelle (5.1) sind der optimale Erlös des deterministischen linearen Programms $R^*_{C,T}(P^*_{C,T})$, wobei $P^*_{C,T}$ den Vektor der optimalen Gewichte x_i darstellt, abgebildet. $r^{P^*}_{C,T}$ sind Erlöse, welche aus einer Simulation hervorgehen für einen Zeitraum von $T = 100$ Perioden und der Gesamtkapazität C, welche aus der Tabelle zu entnehmen ist. $r^{Algo}_{C,T}$ ist der Erlös, welcher sich aus der Simulation mit dem Thompson-Sampling-Algorithmus ergibt. Beide Simulationen wurden für jede Gesamtkapazität C 10 mal durchgeführt und der durchschnittliche Erlös sowie die durchschnittliche verbleibende Kapazität am Ende des Verkaufszeitraumes in der Tabelle dargestellt. Alle Angaben für Erlöse sind in tausend Euro angegeben und auf zwei Nachkommastellen gerundet.

Die Ergebnisse der prozentualen Differenz lassen darauf schließen, dass zumindest für eine hinreichend große Anzahl Perioden T, der Erlös, welcher durch den Algorithmus ohne Wissen über die PAF generiert wurde, nur eine geringe Abweichung von der Lösung der Simulation mit Wissen über die PAF hat. Da der Algorithmus mit steigender Anzahl Iterationen das Nachfragerverhalten „lernt“ ist dies nicht verwunderlich. In Sektion (7.3) im Anhang befindet sich eine erweiterte Rechenstudie, welche die Ergebnisse des Algorithmus mit kleineren Werten für T mit der optimalen Politik aus dem deterministischen LP vergleicht. Die Ergebnisse lassen darauf schließen, dass mit zunehmender Periodenanzahl das Ergebnis des Algorithmus sich dem Ergebnis der optimalen deterministischen Politik annähert. Der Erwartungswert der Nachfrage wurde als lineare Funktion dargestellt. Der Algorithmus nutzt die Methode der kleinsten Quadrate in den Anfangsphasen, um die erwartete Nachfrage von nicht verwendeten Preisen zu schätzen. Da diese ebenfalls eine lineare Regression durchführt, kann schnell eine gute Approximation für alle Nachfragen entstehen. Die Frage liegt nahe, ob in der Realität, in der meist kein perfekt lineares Nachfragerverhalten zu beobachten ist, der Algorithmus ähnlich gute Ergebnisse erzielt. Hierfür wurde die Nachfrage als Logit-PAF modelliert (Vgl. (2.13)). Die Parameter der Funktion seien $c = 200$, $a = 5$ und $b = 400$. Die gleiche Rechenstudie für Werte

von $T = 100/50/10$ wurden für diese PAF durchgeführt und die Ergebnisse in Tabelle (5.2) aufgelistet.

Tabelle 5.2: Vergleich der deterministischen (optimalen) Lösung mit dem Algorithmus unter einer Logit-PAF

C	$R^*_{C,T}(P^*_{C,T})$	$r^{P^*}_{C,T}$	$r^{Algo}_{C,T}$	Verb. Kap.	Verb. Kap. Algo	Proz. Diff.
1000	529.99	529.99	522.76	0.0	0.0	98.64 %
2000	1059.98	1059.98	1051.63	0.0	0.0	99.21 %
3000	1589.97	1589.97	1583.31	0.0	0.0	99.58 %
4000	2038.51	2030.32	2004.36	15.4	78.5	98.72 %
5000	2436.77	2424.50	2391.37	23.4	90.9	98.63 %
6000	2792.10	2762.88	2744.81	64.0	106.9	99.35 %
7000	3145.55	3129.89	3077.83	35.1	121.8	98.34 %
8000	3430.36	3382.69	3358.53	122.7	143.0	99.29 %
9000	3715.16	3683.99	3630.30	81.2	206.4	98.54 %
10000	3999.97	3991.98	3917.87	19.8	176.9	98.14 %

Die Ergebnisse zeigen, dass für hohe T-Werte (50 und 100) unter einer Logit-PAF im Mittel gute Erlöse im Vergleich zur optimalen deterministischen Politik erzielt werden. Im Mittel sind Erlöse von über 95 % des Simulationsergebnisses mit der optimalen deterministischen Politik erzielt worden. Es ist anzumerken, dass bei kleinen Zeithorizonten T, die Ergebnisse stärker von denen der deterministischen Politik abweichen. Tabelle (7.4) im Anhang zeigt, dass die Annahme über die Verteilung der Zahlungsbereitschaften einen Einfluss auf die Explorationsphase des Algorithmus hat. Die lineare Approximation ist für nichtlineare Nachfrage eine schlechtere Approximation, daher braucht der Algorithmus länger, um die wahre Nachfrage zu approximieren.

5.1.4 Parametrisierung der Ergebnisse

Die Ergebnisse des Algorithmus liefern gute Schätzwerte für die erwartete Nachfrage unter den Preisen in Ω_p. Es kann jedoch nützlich sein, anhand der Daten eine PAF zu schätzen. Diese erlaubt die Evaluation von Preiselastizitäten anderer möglicher Preise, falls diese in der Zukunft berücksichtigt werden sollen. In der Realität ist die Form der PAF jedoch nicht bekannt. In Sektion (2.6) wurden einige mögliche Modellierungen aufgestellt, welche die tatsächliche Nachfrage annehmen könnte. Da die tatsächliche Nachfrage nicht bekannt ist, gilt es, diese möglichst präzise zu schätzen. Dafür wird die Annahme getroffen, dass diese modellhaft durch eine der PAFs $D_c(p) \in \mathcal{E}$, wobei $\mathcal{E}$ eine Menge aus potentiellen PAFs beinhaltet. Die Parameter der PAFs sind dabei variabel und werden den Beobachtungen angepasst. Beispielsweise bestehe die Menge $\mathcal{E}$ aus der linearen PAF, der PAF mit gleichbleibender Preiselastizität und der Logit-PAF. So wird nach Beendigung des Algorithmus eine Regressionsanalyse auf alle Modelle in $\mathcal{E}$ durchgeführt. Hierbei werden die Parameter der Funktionen $D_c(p) \in \mathcal{E}$ so angepasst, dass der Abstand zu der geschätzten Nachfrage unter den Preisen $p_i \in \Omega_p$ so gering wie möglich ist. Die Menge $\tilde{D}_c(p) \in \tilde{\mathcal{E}}$ bezeichne die Menge der PAFs, welche die Nachfragestichproben am besten beschreiben. So ist $\tilde{D}^*(p)$ die Funktion in $\tilde{\mathcal{E}}$, dessen Funktionswerte an

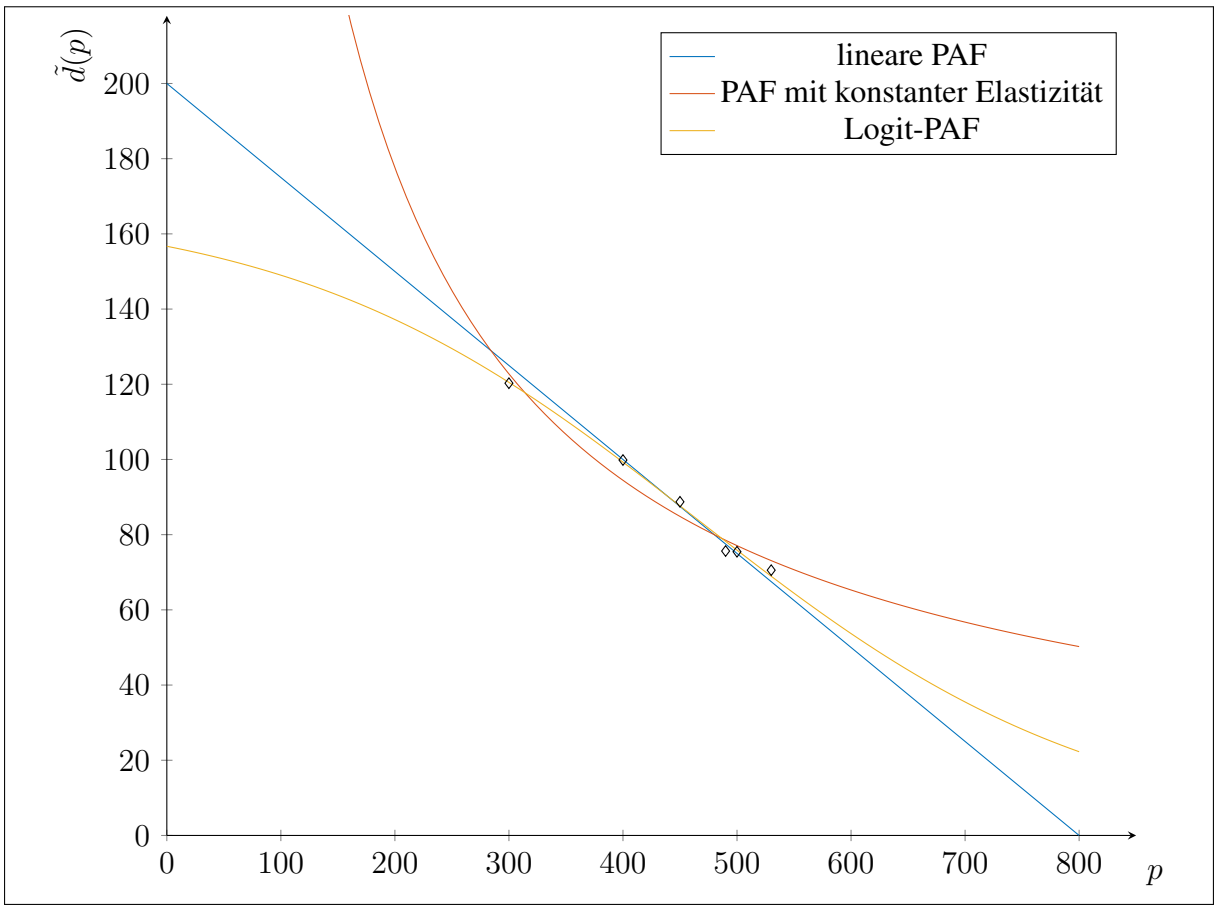

Abbildung 5.1: Vergleich der gefitteten PAFs und den approximierten Nachfrage-Preis-Kombinationen. (Eigene Darstellung)

der Stelle der Preise p_i von den approximierten Werten $\tilde{D}_c(p_i)$ den geringsten Abstand haben. Mit $\tilde{d}(p_i) \equiv \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} d_j(p_i) \; \forall \; i \in \{1, ..., L\}$ ist ein guter Schätzer für die Nachfrage unter den Preisen p_i bestimmt. Dabei bezeichne n_i die Anzahl der Perioden, in denen ein Preis p_i verwendet wurde und $d_j(p_i)$ die Nachfrage in dieser Periode. Auf Basis dieser Werte lassen sich eine Reihe klassischer DP-Methoden anwenden. Eine Auswahl dieser werden in den folgenden Kapiteln behandelt. Abbildung (5.1) zeigt, wie die Beobachtungen unter verschiedenen Preisen für Beispiel 1 aussehen könnten. Die Simulationsdaten für die tatsächlich beobachtete Nachfrage folgen der Poisson-Verteilung mit Erwartungswert und Varianz $E(D(p)) = 200 - \frac{1}{4}p$. $\tilde{D}(p_i)$ wurden mit Hilfe des Algorithmus ohne Kapazitätsrestriktionen bestimmt.

5.2 DP mit zeithomogener Nachfrage

Aufbauend auf den Ergebnissen der „Demand-Learning-Verfahren “ sind nun die Preise, welche für eine langfristige Verwendung in der Praxis den Erlös maximieren, sowie die zu erwartende Nachfrage näherungsweise bekannt. In dem Beispiel gilt die Annahme, dass die wahre Nachfrage einer linearen PAF folgt. Dies hat zur Folge, dass die Erlösfunktion konkav in p ist, somit alle Preise $p_u < p^*$ bei einer höheren Verkaufsrate zu geringeren Gewinnen führen. Alle Preise $p_o > p^*$ führen bei geringeren Verkaufsraten zu geringeren Gewinnen. Die konvexe Hülle (siehe Kapitel (3.2.3)) aller effizienten Preise P_{eff} besteht also aus dem optimalen Preis p^* und allen

Preisen p_o. Preise, welche kleiner sind als p^*, müssen nicht für den folgenden Preisfindungsalgorithmus berücksichtigt werden. Zur Veranschaulichung ist die konkave Hülle des Beispiels in Abbildung (5.2) zu sehen. $\hat{r}(\bar{\lambda})$ beschreibt dabei die approximierte Erlösfunktion über die konkave Hülle und $r(\lambda)$ die unbekannte tatsächliche Erlösfunktion, auf der die Simulation beruht. Abbildung (5.2) zeigt, dass der durchschnittliche Erlös zu einem Preis von $499,99$ € in Relation zu der verkauften Menge nicht effizient ist. Die tatsächliche PAF zeigt, dass der Preis effizient ist. Simulationen sind daher mit ausreichend großen Stichproben durchzuführen, sodass das Ergebnis möglichst repräsentativ ist. Die Maximum-Konkave-Hülle, bzw. die Menge der effizienten Preise für das Beispiel des WPC-Möbelhändlers ist also:

$$\Omega_{P_1} = \{399,99\,€; 449,99\,€; 489,99\,€; 599,99\,€\}.$$

In Beispiel zwei wird der Preis $2,2$ € von einer Konvexkombination aus 2 € und 3 € dominiert. Daher wird der Preis bei einer optimalen Preispolitik niemals berücksichtigt werden. Der Preis 1 € hat einen geringeren erwarteten Erlös als $1,5$ € bei einer höheren Verkaufsrate λ. Daher wird der Preis als nicht effizient deklariert. Die optimale Preismenge Ω_{P_2} ist also $\{1,5\,€; 2\,€; 3\,€\}$.

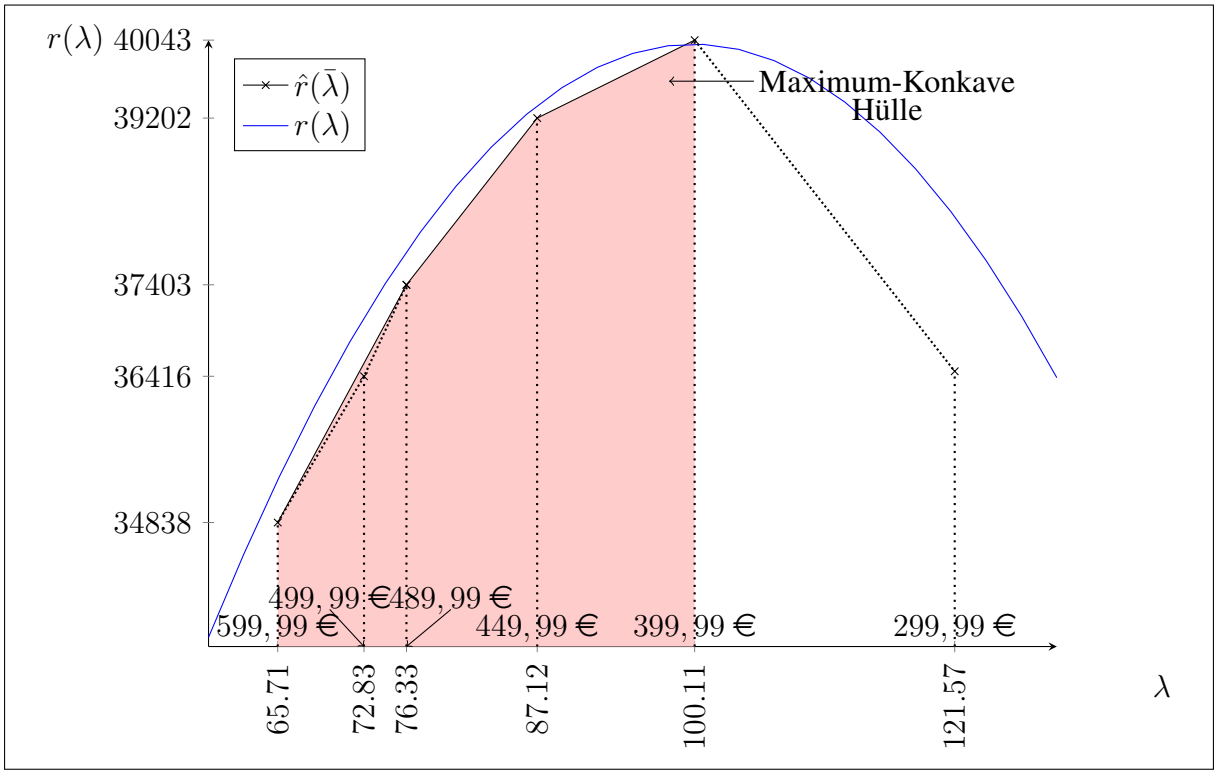

Abbildung 5.2: Erlösfunktion und konkave Hülle für die Beispielinstanz 1. (Eigene Darstellung)

5.2.1 Mathematische Notation

Die mathematische Notation sowie der Algorithmus entspricht dem Algorithmus von Feng und Xiao (2000).[7] Die Preise, welche die Maximum-Konkave-Hülle bilden, werden nun verwendet, um eine optimale Preissetzungspolitik in einem festgelegten Zeitraum zu bestimmen. Dabei

[7] Vgl. Feng/Xiao (2000a): 644–657.

wird davon ausgegangen, dass der Zeitraum zwar finit ist, aber kontinuierlich. Das bedeutet, dass zu jedem Zeitpunkt $t \in [0, T]$ ein Preiswechsel von zwei Preisen in P_Ω stattfinden kann. Die Zeitpunkte, wann ein bestimmter Preis p verwendet wird, hängen sowohl von der verbleibenden Zeit, als auch von dem verbleibenden Restbestand n ab. Dabei wird die intuitive Annahme aufgestellt, dass der Wert $V(t, n)$ eines Zustandes im Zeitpunkt t, wenn n Einheiten Restbestand bestehen, monoton fallend und konkav in t und monoton steigend und konkav in n ist. Je mehr Restbestand besteht, desto mehr Erlös kann generiert werden. Je mehr Zeit noch zur Verfügung steht, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kunde eines der Produkte im Restbestand kauft. Eine weitere wichtige Annahme ist, dass der Restbestand nicht aufgefüllt werden kann. Der Anfangsbestand an Produkten zum Zeitpunkt 0 sei M. Die Zwischenankunftszeiten der Kunden X_k seien exponential- unabhängig identisch verteilte Zufallsvariablen mit Intensitätsparameter λ_i, wenn Preis $p_i \in \Omega_P$ verwendet wird. Die Funktion $N_i(t)$ beschreibt die Anzahl der Kunden, welche vom Zeitpunkt null bis zum Zeitpunkt t zum Preis p_i ein Produkt erworben hätten, wenn der Preis konstant verwendet werden würde. Diese Funktion ist eine Zufallvariable und sie ist poissonverteilt mit Parameter $t \cdot \lambda_i$. Der Ankunftsprozess der Kunden ist also ein Poisson-Prozess und erfüllt somit wichtige Eigenschaften, welche das Problem effizient lösbar machen. Exponentialverteilte Zufallsvariablen erfüllen die Eigenschaft der Gedächtnislosigkeit. Das bedeutet intuitiv, dass die Ankunftswahrscheinlichkeit eines Kunden zu jedem Zeitpunkt t unabhängig von den Ankünften der Vergangenheit sind. Formal bedeutet dies:

$$P(X \geq s + t | X \geq s) = P(X \geq t). \tag{5.7}$$

Aus (5.7) geht hervor, dass unabhängig davon, welcher Zeitpunkt t betrachtet wird, die Wahrscheinlichkeit (gegeben ein konstanten Parameter λ), dass ein Kunde ein Produkt kauft, immer gleich ist. Für mehr Informationen über Poisson-Prozesse, siehe Sektion (7.4). Da diese Eigenschaft erfüllt ist, kann das Problem rekursiv gelöst werden. Das Ziel ist es, für jeden Restbestand n optimale Preiswechselzeitpunkte z_n^i zu finden, welche den erwarteten Erlös maximieren. Dabei werden die Preise in P_Ω geordnet, sodass $p_1 < p_2 < ... < p_K$ gilt, wobei K die Anzahl der Preise in P_Ω angibt. Für die den Preisen zugehörigen Verkaufsraten (Intensitäten) gilt $\lambda_1 > \lambda_2 > ... > \lambda_K$. Der erwartete Erlös $r_i = \lambda_i p_i$ wird als Funktion von der Intensität $r_i(\lambda_i) = p(\lambda_i)\lambda_i$ dargestellt. Zusätzlich muss $r_1 > r_2 > ... > r_K$ gelten. Es wird so argumentiert, dass ein kleiner Preis, welcher zu geringeren Erlösen führt, in einer optimalen Lösung niemals angewandt wird. Diese Eigenschaft ist erfüllt, wenn P_Ω eine Maximum-Konkave-Hülle bildet. Um sicherzustellen, dass zu jedem Zeitpunkt nur ein Preis aktiv ist, wird die Binärvariable

$$S_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{falls } p_i \text{ zum Zeitpunkt } t \text{ aktiv ist} \\ 0 & \text{falls nicht} \end{cases} \tag{5.8}$$

eingeführt. Es gilt für alle Zeitpunkte $0 \leq t \leq T$, $\sum_{i=1}^{K} S_i(t) \leq 1$. Eine nichtantizipierende Preispolitik wird mit u bezeichnet:

$$u = \{(S_1(t), ..., S_k(t)) : 0 \leq t \leq T\}. \tag{5.9}$$

(5.8) und (5.9) zusammen besagen, dass zu jedem Zeitpunkt t höchstens ein Preis aktiv ist. Die Menge $\mathcal{U}$ beinhaltet alle nichtantizipierenden Politiken u welche folgende Bedingung erfüllen:

$$\sum_{i=1}^{K} \int_0^T S_i(s) dN_i(s) \leq M. \tag{5.10}$$

Diese Bedingung sagt, dass die erwartete Verkaufsmenge nicht den Anfangsbestand M überschreiten darf. Zu jedem Zeitpunkt, an dem noch ein Restbestand n übrig ist, kann der erwartete Erlös über folgende Gleichung bestimmt werden:

$$J_u(t, n) = E[\sum_{i=1}^{K} \int_t^T S_i(s) p_i 1_{\{n(s)>0\}} dN_i(s)]. \tag{5.11}$$

Der optimale Wert von (5.11) ist definiert durch das Supremum von $J_u(t, n)$ über alle erlaubten Mengen $u \in \mathcal{U}$. Es wird die Preispolitik gewählt, welche den Erwartungswert des Erlöses über den gesamten Zeitraum maximiert:

$$V(t, n) = \sup_{u \in \mathcal{U}} J_u(t, n). \tag{5.12}$$

Um das Problem rekursiv optimal lösen zu können, werden Randbedingungen benötigt. Eine dieser Randbedinungen ist, dass $V(t, 0) = 0, \forall\, 0 \leq t \leq T$ ist. Diese Annahme ist intuitiv, denn ist kein Restbestand vorhanden, so kann auch kein Erlös erzielt werden. Die zweite Randbedingung, welche erfüllt sein muss, ist $V(T, n) = 0, \forall\, n \geq 0$. Diese Randbedingung besagt, dass alle verkauften Produkte zum Ende des Betrachtungszeitraumes unbrauchbar werden. Dies kann etwa der Ablauf eines Mindesthaltbarkeitsdatums oder das Ende einer Saison sein. Die Idee der Autoren ist es, eine zweite Wertfunktion $\tilde{V}(t, n)$ zu finden, welche das folgende Optimalitätskriterium erfüllt:

$$\frac{1}{\lambda_i} \frac{\partial V(t, n)}{\partial t} + p_i = V(t, n) - V(t, n-1). \tag{5.13}$$

Die linke Seite der Gleichung (5.13) beschreibt den Brutto-Erlös p_i aus einer verkauften Einheit und zieht davon den erwarteten Verlust der Zeit ab. $1/\lambda_i$ gibt dabei die erwartete Zeit an, welche vergeht, bis p_i erzielt wird. Die partielle Ableitung von $V(t, n)$ nach der Zeit t ist durch die Konkavität in t immer negativ und spiegelt den erwarteten Wertverlust beim Vergehen einer marginalen Zeiteinheit wider. Die rechte Seite der Gleichung gibt den erwarteten Grenzerlös der n-ten Einheit zu einem beliebige Zeitpunkt t wieder. Es lässt sich also sagen, zu jedem Zeitpunkt t gibt es nur einen Preis $p_i \in P_\Omega$, welcher das Optimalitätskriterium (5.13) erfüllt. Dieses besagt, dass der Bruttoerlös abzüglich der Kosten der Zeit gleich sein muss mit dem erwarteten Erlös der n-ten Einheit. Näheres zum Optimalitätskriterium kann in der Literatur

zur Intensitätskontrolle gefunden werden.[8]
Sei $\tilde{V}(t,n)$ eine differenzierbare Funktion für alle $n \geq 0$. Die Autoren beweisen, dass $\tilde{V}(n,t)$ die Wertfunktion (5.12) ist, wenn (5.13) erfüllt ist. Eine Wertfunktion bezeichnet eine Funktion, welche den optimalen Wert für ein Problem wiedergibt. (5.12) ist eine Wertfunktion, die jedoch durch die enthaltenen Zufallsvariablen in der Form nicht analytisch zu lösen ist. Daher suchen die Autoren eine alternative Wertfunktion. (5.13) ist erfüllt, wenn für jedes t und jedes n die Ungleichung

$$\tilde{V}(t,n) - \tilde{V}(t,n-1) \leq \frac{r_l - r_j}{\lambda_l - \lambda_j}, \forall\, l = 1, ..., K-1, j = i+1 \tag{5.14}$$

so erfüllt ist, dass der kleinstmögliche Preis p_i gewählt wird, der diese Ungleichung noch erfüllt. Dabei ist der Term auf der rechten Seite ein positiver Wert, der als durchschnittlicher Verlust für jede verkaufte Einheit bei einem Preiswechsel von p_i auf p_{i+1} betrachtet werden kann. Größere Werte sind mit höheren Erlösverlusten verbunden. Die linke Seite beschreibt wieder den Grenzertrag aus der n-ten Einheit zum Zeitpunkt t. Auf das Kriterium wird im Laufe der Arbeit noch mit einem Beispiel eingegangen.

5.2.2 Lösungsverfahren

Die Autoren schlagen zur Lösung des Modells einen rekursiven Ansatz vor. Rekursive Lösungsansätze sind dadurch gekennzeichnet, dass die Lösung des Ursprungsproblems auf der Lösung eines untergeordneten Problems basiert, welches selber auf der Lösung eines untergeordneten Problems basiert. Als Beispiel für eine rekursive Funktion ist (5.14) zu sehen. Wird $\tilde{V}(t,n-1)$ zu beiden Seiten hinzu addiert, ergibt sich die klassische Form einer rekursiven Funktion. Der Wert von $\tilde{V}(t,n)$ ist abhängig vom dem Wert $\tilde{V}(t,n-1)$. In der Konklusion ist der Wert von $\tilde{V}(t,n-1)$ abhängig vom Wert von $\tilde{V}(t,n-2)$. Die Prozedur lässt sich so lange wiederholen, bis ein Abbruchkriterium erreicht ist. In diesem Fall ist das Abbruchkriterium die Randbedingung $V(t,0) = 0 \;\forall\; 0 \leq t \leq T$. Betrachtet wird zunächst nur Preis p_1. Da die zweite Randbedingung $V(T,n) = 0 \;\forall\; n \geq 0$ besagt, dass in der letzten Periode kein Wert mehr zu erzielen ist, kann der optimale Wert von $V(t,1)$ nur unter Berücksichtigung von p_i als

$$V_1(t,1) = p_1 \cdot P(X \leq T - t) \tag{5.15}$$

bezeichnet werden, wobei $X \sim Exp(\lambda_1)$. Intuitiv lässt sich sagen, je mehr Zeit übrig ist, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, dass das eine Produkt verkauft und der Preis p_1 erzielt wird. Durch Substitution der Verteilungsfunktion von X ergibt sich:

$$V_1(t,1) = p_1 \cdot (1 - exp(-\lambda(T-t)). \tag{5.16}$$

Da nur ein Preis berücksichtigt wird, ist es denkbar, dass diese Funktion nicht die Wertfunktion darstellt. Es muss zunächst geprüft werden, ob der erwartete Erlös unter Berücksichtigung der anderen Preise größer ist. Hierfür wird (5.14) erneut betrachtet. Da r_1, sowie r_2 und λ_1 und

[8] Vgl. Brémaud (1981).

λ_2 bekannt sind und t kontinuierlich ist, kann der optimale Schwellwert durch Auflösen nach t bestimmt werden. Formal kann der Schwellwert z_1^i als

$$z_1^i = \text{inf}\{0 \leq t \leq z_1^{i-1} : V_i(t,1) < \frac{r_i - r_{i+1}}{\lambda_i - \lambda_{i+1}} = \zeta_{i-1,i} \tag{5.17}$$

bezeichnet werden. Die Interpretation ist der früheste Zeitpunkt an dem Preis p_i zum erlösoptimierenden Preis wird.
Die Erdbeerverkäuferin steht anschaulich vor folgender Gleichung:

$$1.5(1 - exp(-3(T-t)) = \frac{4.5-4}{3-2} = 0.5 = \zeta_{12}. \tag{5.18}$$

Der Wert 0.5 gibt dabei den erwarteten Erlösverlust pro Produkt bei einem Preiswechsel von p_1 auf Preis p_2 an. Wenn $V_1(0,t) > 0.5$, was in diesem Fall mit $V_1(0,t) \approx 1.5$ gegeben ist, dann muss der Wert für t, welcher $V_1(t,1) = 0.5$ löst, zwangsläufig im Intervall $[0,T]$ liegen. Dieser Wert wird als Schwellwert bezeichnet und mit z_n^i betitelt. Der erste Schwellwert für die Erdbeerverkäuferin liegt bei $z_1^1 \approx 2.8468$. Erst nach Zeitpunkt z_1^1 ist der erwartete Grenzerlös unter Preis p_2 kleiner als unter Preis p_1, daher wird bis z_1^1 Preis p_2 verwendet und danach p_1 bis zum Ende des Betrachtungszeitraums. Ist $z_1^1 = 0$, so wird über den gesamten Betrachtungszeitraum Preis p_1 verwendet. Die Berechnung der anderen Schwellwerte für ein Produkt erfolgt über die Gleichung:

$$V_i(t,1) = \int_t^{z_1^{i-1}} r_i \cdot exp(-\lambda_i(s-t))ds + \frac{r_{i-1} - r_i}{\lambda_{i-1} - \lambda_i} \cdot exp(-\lambda_i(z_i^{i-1} - t)) \tag{5.19}$$

$$= p_i + \lambda_{i-1}\frac{p_{i-1} - pi}{\lambda_{i-1} - \lambda_i} exp(-\lambda_i(z_1^{i-1} - t)). \tag{5.20}$$

Das Integral beschreibt den erwarteten Erlös aus einer Einheit bei Anwendung von Preis 2 ab einem beliebigem Zeitpunkt $t \in [0, z_1^1]$ bis z_1^1. Der rechte Summand bewirkt, dass am Schwellwert z_1^1 der Wert für $V_2(t,1)$ nicht 0 ist, sondern $\frac{r_1 - r_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \equiv \zeta_{12}$. Die Schwellwerte z_i^n geben immer den optimalen Zeitpunkt für den Preiswechsel von Preis $i+1$ auf Preis i bei n Resteinheiten an, sollte dieser existieren. Diese Prozedur wird wiederholt, bis alle Funktionen $V_i(t,1) \, \forall \, i \in \{1, ..., K-1\}$ berechnet wurden oder bis einer der Schwellwerte $z_1^i = 0$ ist. Auf Grund der zunehmenden Verkaufsraten λ werden alle Preise, die größer sind als ein Preis, der einen Schwellwert von null hat, ebenfalls einen Schwellwert von null haben und somit zu keinem Zeitpunkt effektiv sein können.
Abbildung (5.3) zeigt, dass die Schwellwerte für den Preiswechsel mit zunehmendem Restbestand abnehmen. Dies ist intuitiv, da bei hohem Restbestand der erlösmaximierende (kleinste) Preis mit der höchsten Verkaufsrate λ gewählt wird. Da nun die optimalen Wechselzeitpunkte bekannt sind, kann die Wertfunktion über alle Preise für eine Einheit Restbestand berechnet werden:

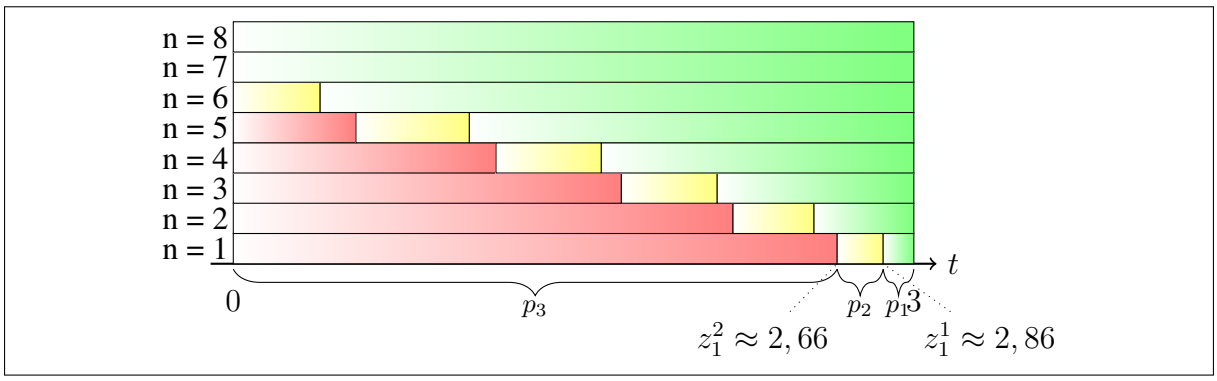

Abbildung 5.3: Optimale Preiswechselzeitpunkte für alle Zeitpunkte t bei einer Einheit Restlagerbestand. (Eigene Darstellung)

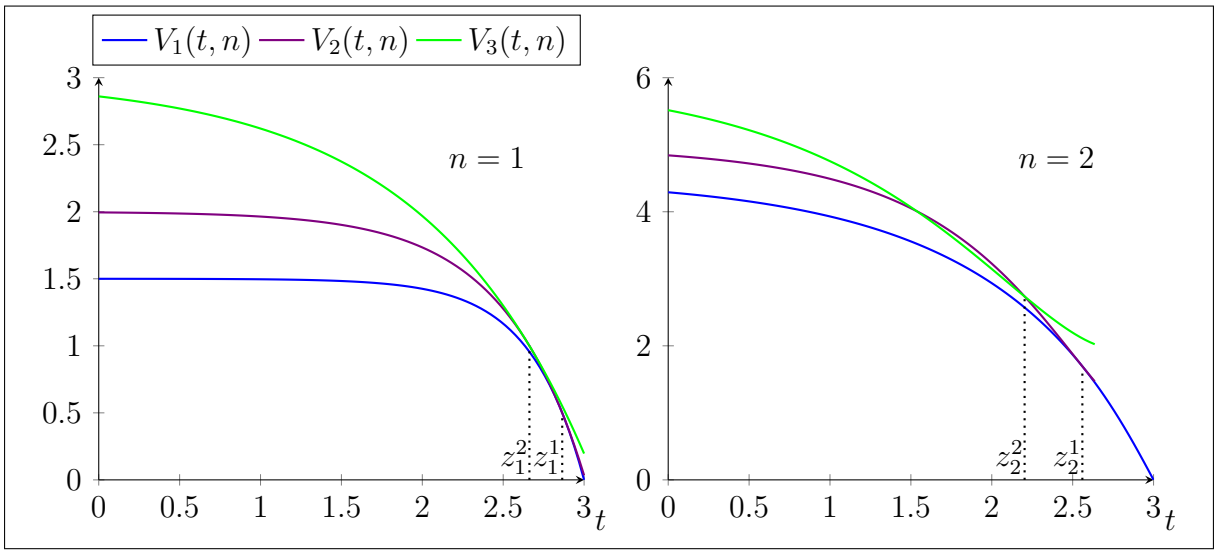

Abbildung 5.4: Bestandteile der Wertfunktion $\tilde{V}(t,n)$. (Eigene Darstellung)

$$\tilde{V}(t,1) = V_i(t,1) \text{ falls } z_1^{i-1} > t \geq z_1^i,\ i = \{1,...,K\}. \tag{5.21}$$

Abbildung (5.4) zeigt für $n = 1$ und $n = 2$ die Wertfunktionen für das Beispiel der Erdbeerverkäuferin. Es lässt sich erkennen, dass die Funktionen $V_i(t,n)$ sich an den ζ-Werten, welche für den erwarteten Erlösverlust bei einem Preiswechsel stehen, schneiden. Die Wertfunktion $\tilde{V}(t,n)$ ist eine partielle Funktion, welche nach (5.21) aus den einzelnen Funktionen $V_i(t,n)$ zusammengesetzt ist. Diese ist konkav und streng monoton fallend in t. Um die Schwellwerte für $n > 1$ zu errechnen, ist $\tilde{V}(t,n)$ erforderlich, denn nach (5.13) sind die optimalen Werte und Politiken rekursiv zu bestimmen. Da das Prinzip der Rekursion gleich ist, ist das restliche Vorgehen für Interessierte im Anhang unter Sektion (7.1) nachzulesen.
Bei Betrachtung von Abbildung (5.5) fällt auf, dass die Wertfunktionen $\tilde{V}(t,7)$ und $\tilde{V}(t,8)$ einen ähnlichen Verlauf haben. Es ist zu erwarten, dass bei steigendem n aber gleichbleibendem Zeithorizont T, die Wertfunktionen für größer werdende n-Werte einen nahezu identischen Verlauf annehmen. Bei der Anwendung des erlösmaximierenden Preises p^* werden im Erwartungswert $T \cdot \lambda^*$ Einheiten verkauft. Die restlichen Einheiten werden entsorgt, daher ist der marginale Wert einer weiteren Einheit, welche den Erwartungswert der verkauften Einheiten zu

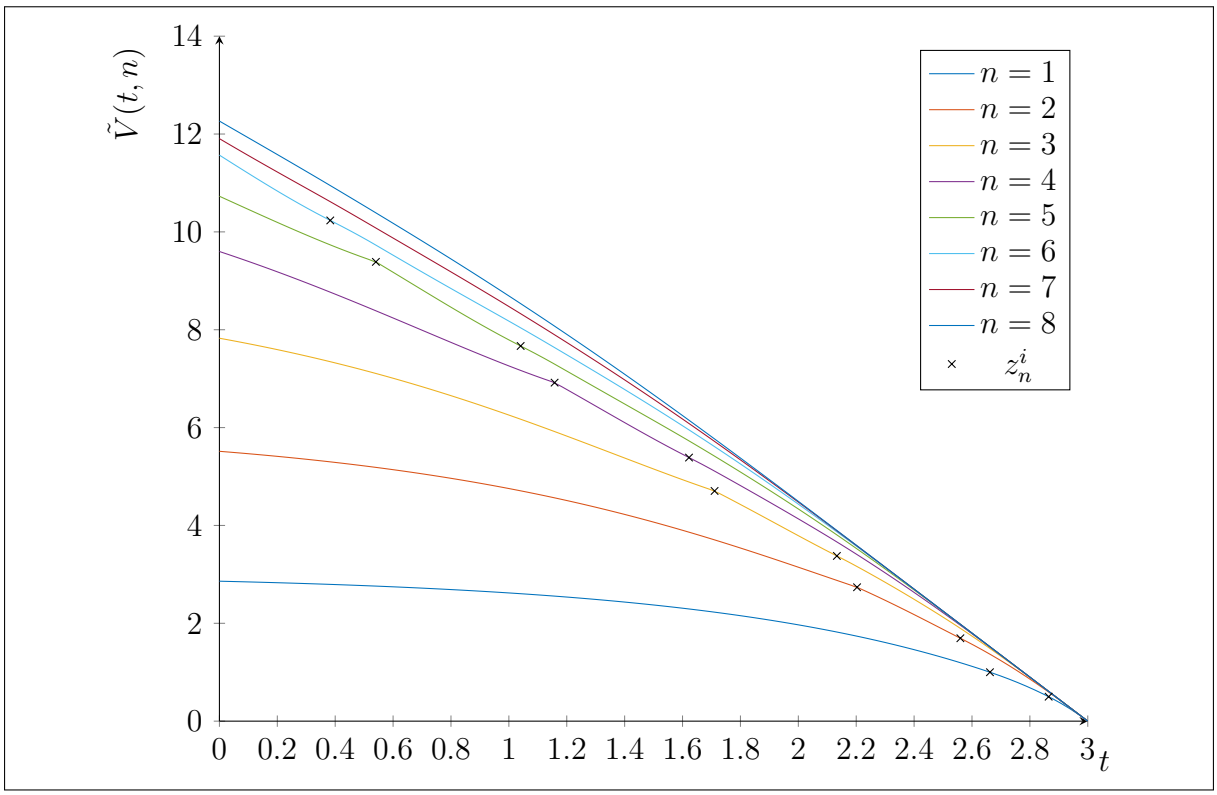

Abbildung 5.5: Wertfunktionen für das Beispiel der Erdbeerverkäuferin für bis zu 8 Einheiten. (Eigene Darstellung)

p^* überschreitet, gering. Somit ist darauf zu achten, wie lange der Verkaufszeitraum der angebotenen Produkte zu wählen ist. Ist der optimale Preis bestimmt, so ist die Menge der angebotenen Produkte so zu wählen, dass der Wert $T \cdot \lambda^*$ nicht zu stark überschritten wird. Für risikoaverse Akteure, welche einen hohen Servicegrad anstreben und somit einen möglichst geringen Anteil an nicht bedienbaren Kunden haben möchten, wäre ein hoher Sicherheitsbestand sinnvoll. Die Markup-Politik, welche der Algorithmus vorgibt, beugt jedoch einer nicht Bedienbarkeit vor, indem die Preise aktiv nach oben angepasst werden können.

5.2.3 Anwendung der Ergebnisse

Die Lösung des Problems im kontinuierlichen Zeithorizont hat gegenüber einem diskreten Zeithorizont den Vorteil, dass der exakte Zeitpunkt für einen optimalen Preiswechsel bekannt ist. Ein möglicher Nachteil ist die hohe Rechenzeit und die Komplexität. Zudem sind manche Probleme auf Grund der Struktur der PAF nicht analytisch optimal lösbar. Hier sind numerische Verfahren, wie z. B. das Bisektionsverfahren bei differenzierbaren Funktionen mit einer Entscheidungsvariable oder das Verfahren des goldenen Schnittes bei nicht differenzierbaren Funktionen mit einer Entscheidungsvariable zu verwenden. Ist erst eine optimale analytische Lösung bestimmt, kann das Ergebnis den individuellen Gegebenheiten angepasst werden. Ein Preiswechsel zu einem beliebigem Zeitpunkt, welcher laut Analyse optimal ist, jedoch in den Augen der Kunden als zufällig erscheint, mag abschreckend wirken. Daher ist auch im Nachhinein noch eine Diskretisierung des Zustandsraumes möglich. Beispielsweise kann das Drei-Tage-Intervall der Erdbeerverkäuferin in Stunden oder Schichten eingeteilt werden. Sei der Laden

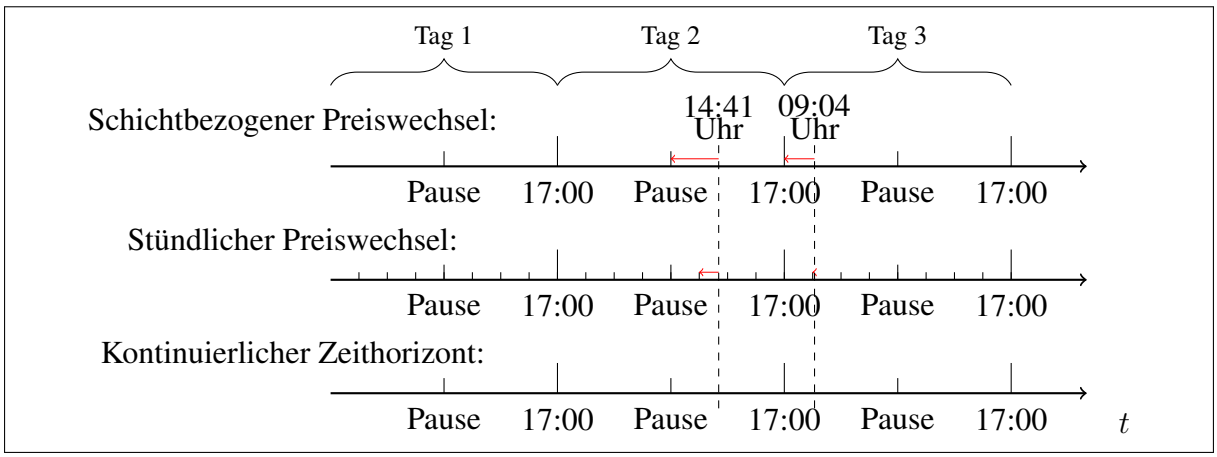

Abbildung 5.6: Anwendung der Preispolitiken in der Praxis für n = 3 Resteinheiten. (Eigene Darstellung)

von 8:00 bis 12:00 und von 13:00 bis 17:00 geöffnet, so könnte die Verkaufsrichtlinie lauten, dass ein Preis für eine Verkaufsschicht konstant sein muss. Der Bedarf für eine Schicht ist mit λ_i für einen Preis p_i bekannt. Es wird die Annahme getroffen, dass die Zwischenankunftszeiten von Kunden zu allen Uhrzeiten unabhängig voneinander sind. Diese Annahme trifft nicht immer zu, da externe Einflussfaktoren, wie das Wetter oder Feiertage einen Einfluss auf die Nachfrage haben können. In Modellierungen werden solche Darstellungen meist vernachlässigt, um die zu modellierenden Effekte zu generalisieren. Daher sind Berechnungen aus Modellen mit Vorsicht auf reale Situationen anzuwenden.

Abbildung (5.6) macht deutlich, wie die Ergebnisse des Algorithmus auf das Beispiel angewendet werden können. Für drei Resteinheiten Erdbeeren ergeben sich die Schwellwerte $z_3^1 = 2,1332$ und $z_3^2 = 1,7107$. Überträgt man die Zeiteinheit einer Periode auf das Intervall der Öffnungszeiten des Erdbeerstandes an einem Tag, so ergeben sich die Schwellwerte 14:41 Uhr am zweiten Tag für den Wechsel von 3 € auf 2 € und 09:04 Uhr am dritten Tag für den Wechsel von 2 € auf 1,50 €. Theoretisch ließe sich der Wechselzeitpunkt beliebig genau festlegen. Da in der Praxis Transparenz für Kunden und Mitarbeiter ein wichtiges Kriterium ist, können so genaue Wechselpolitiken für Verwirrung sorgen. Eine stündliche Preiswechselpolitik kann in diesem Fall zielführend sein. In dem Fall ist zu entscheiden, ob auf die volle Stunde *auf-* beziehungsweise *abgerundet* werden soll. Wird eine reine Abrundungsstrategie verwendet, wie in Abbildung (5.6) dargestellt, so würde bei Überschreiten von 14:00 Uhr des zweiten Tages und einem Restbestand von 3 Erdbeerkörben der Preis von 3 € auf 2 € gesenkt werden. Zu jedem Übergang ist also ein Preis klar definiert. Für das Beispiel der Preiswechselpolitik bei Schichtwechsel wird analog der Preis nach der Pause, also ab 13:00 Uhr des zweiten Tages, bei 3 Resteinheiten von 3 € auf 2 € verringert. Es steht außer Frage, dass für größere Mengen eine hinreichende Infrastruktur für die Erfassung von Verkaufsdaten und Ist-Beständen gegeben sein muss, um einen solchen Algorithmus effizient realisieren zu können. Ist die Implementierung jedoch einmal durchgeführt, so kann eine dynamische Preisanpassung leicht automatisiert werden.

Es stellt sich die Frage, warum in der Praxis häufig *Markdown*-Strategien zu beobachten sind.

Die Preise, welche unter dem optimalen Preis p^* liegen, wurden schließlich als nicht effizient in Bezug auf die Definition der Maximum-Konkaven-Hülle deklariert. Die Antwort auf die Frage liegt in der sich ändernden Nachfrage im Zeitverlauf. Die Annahme, dass die PAF oder die Verkaufsraten λ_i für jegliche Preise p_i über den Zeithorizont konstant bleiben, ist für die meisten praxisrelevanten Beispiele unrealistisch. Bei verderblichen Gütern, wie Fleisch oder Obst sinkt der wahrgenommene Wert des Produktes mit der Zeit. Bei anderen Produkten, wie Flugtickets, sind Kunden kurz vor dem Abflugtermin bereit, mehr zu bezahlen, da das Angebot häufig ohne Alternative ist. Geschäftsreisende sind auf den Flug angewiesen und die Preissensibilität sinkt, da die Firma den Flug in der Regel bezahlt. So kommt es dazu, dass mit der abnehmenden (zunehmenden) Zahlungsbereitschaft der optimale Preis p^* sich ebenfalls ändert. Somit verändert sich auch die Menge der effizienten Preise im Verkaufszeitraum mehrfach.

5.3 Markdown-Strategie

In dieser Sektion wird der Fall näher betrachtet, dass kein zeithomogenes Nachfragerverhalten zu beobachten ist, wie es in dem letzten Kapitel betrachtet wurde. Entscheidend bei der Durchführung der Markdown-Strategie ist demnach ein guter Schätzer für die prognostizierte Nachfrage (siehe (2.8)) und die Preiselastizität. Eine Verringerung des Preises hat hier wie bei Aktionen den Effekt, dass die Nachfrage steigt. Im welchem Maße die Nachfrage steigt ist abhängig von der Preiselastizität. Es gilt, je größer die Preiselastizität, desto stärker steigt die Nachfrage bei Verringerung des Preises. Im Falle einer Menge mit diskreten Preisen ist die Bogenelastizität (2.7) zu verwenden. Das Ziel von Markdown-Strategien ist in den meisten Fällen das Leeren des Bestandes. Ein Unterschied zu dem Algorithmus in (5.2) ist, das dieser nicht unbedingt den unerwarteten stochastischen Abweichungen der Prognose entgegengewirkt, sondern bereits prognostizierten Änderungen des Nachfragerverhaltens vorbeugt. Es wird dem „zeitinhomogenen Verhalten der Nachfrager “ entgegengewirkt. Im Einzelhandel ist es oft üblich, dass die Preise im Zeitablauf nicht steigen sollen, da sonst Konsumenten verwundert oder im schlimmsten Fall verärgert werden. Wird sich auf eine diskrete Menge Preise begrenzt, welche die Eigenschaft $p_1 < p_2 < ... < p_n$ erfüllen, so sind nur Preiswechsel von einem geringer indizierten auf einen höher indizierten Preis möglich. Der folgende Algorithmus bietet ein Lösungsverfahren für das Markdown-Problem im Einzelhandel mit diskreten Preisen. Die Modellierung des Problems und das Lösungsverfahren sind angelehnt an Phillips (2005).[9]

5.3.1 Lösung unter deterministischer Nachfrage

Es wird zunächst angenommen, die Nachfrage für die Preise in Ω_P sei bekannt. Betrachtet wird ein Zeitraum von T Perioden, in denen N Produkte verkauft werden. Betrachtet wird wie bereits zuvor eine Menge aus diskreten Preisen Ω_{P_k}, welche sich für jedes Produkt $k \in 1, ..., N$ unterscheiden kann. Die Nachfrage eines Produktes $k \in 1, ..., N$ unter Preis $p \in \Omega_P$ sei die Funktion $D_k(p, t)$ des Preises p sowie der Zeit t. Der Anfangsbestand eines Produktes k sei definiert durch I_0^k. Gesucht wird eine optimale Preispolitik, welche von Periode 1 bis Periode T

[9] Vgl. Phillips (2005): 251–256.

einen konkreten Preis vorgibt, um den Erlös im gesamten Verkaufszeitraum zu maximieren. Das Lösungsverfahren ist ein klassisches Verfahren des *Forward Dynamic Programming (FDP)*. Der Algorithmus ist für jedes Produkt einzeln auszuführen. Interdependenzen der Produkte werden nicht berücksichtigt. Da jedes Produkt einzeln betrachtet werden kann, wird im Folgenden auf die Indizierung der Produkte $k \in 1, ..., N$ verzichtet. Gesucht ist der Wert $V_{t+1}(I_{t+1}, p_{t+1})$. Der zu berücksichtigende Zustandsraum setzt sich aus dem noch verbleibenden Restbestand I_{t+1} am Ende von Periode $t+1$, sowie dem Preis, welcher in Periode $t+1$ verwendet wird, zusammen. Der Einfluss des Restbestandes auf den Wert ist leicht zu interpretieren, denn je höher ein Restbestand ist, desto mehr kann in der Zukunft verkauft werden. Der verwendete Preis p_{t+1} muss ebenfalls berücksichtigt werden, da eine Markdown-Restriktion besteht, welche eine Preiserhöhung in zukünftigen Perioden verbietet. Die Berechnung des Wertes über die Bellman'sche Funktionalgleichung geschieht wie folgt:

$$V_{t+1}(I_{t+1}, p_{t+1}) = \max_{I_t, p_t | I_{t+1} = f((I_t, p_{t+1}), p_{t+1} \leq p_t} \{p_{t+1} s_{t+1} + V_t(I_t, p_t)\}. \tag{5.22}$$

Die Version der Bellman'schen Funktionalgleichung ist inspiriert von Yao et al (2015).[10] Dabei ist $f(I_t, p_{t+1})$ die Transformationsfunktion des Restbestandes unter Verwendung von Preis p_{t+1}. Es gilt $f(I_t, p_{t+1}) = I_t - s_{t+1}$, wobei $s_{t+1} = \min\{I_t, d(p, t)\}$ ist. Die Restriktion, dass nur Preisnachlässe erwünscht sind, vereinfacht die Berechnung des optimalen Lösungswertes erheblich. Wenn Preisnachlässe, sowie Preiserhöhungen erlaubt wären, würde die Komplexität des Problems drastisch wachsen. Für ein Produkt allein wären im Worst-Case-Szenario $(|\Omega_P|)^T$ Werte zu berechnen. Da in der Regel Restbestände als Ganzzahlen festgehalten werden können, wird für identische Restbestände I_t und identischen niedrigsten Preis p_t der maximale Wert verwendet. Dies spart Speicherplatz und Rechenzeit. Durch die einschränkende Regel, dass $p_{t+1} \leq p_t$ sein muss, verringert sich die Rechenzeit ebenfalls. Beispielsweise verringert sich die zu berücksichtigende Anzahl Zustände bei $T = 7$ und $|\Omega_t| = 5$ von 78125 auf 330. Die Komplexität des FDP Ist $O(I_0|\Omega_P|T)$, jedoch lässt sich der Zustandsraum besonders in den frühen Perioden einschränken, da viele Zustände nicht zu erreichen sind. In Abbildung (5.7) ist ein beispielhaftes Baumdiagramm für $T = 3$ und $|\Omega_P| = 3$ dargestellt. Das Superskript über den I_t-Werten gibt dabei die dem Restbestand zu Grunde liegende Politik an. Falls der Restbestand sich trotz unterschiedlicher Politiken gleicht, lassen sich bei gleichen p_i-Werten die Zustände zusammenfassen.

5.3.2 Anwendungsbeispiel 1: Erdbeerverkäuferin

Es wird das Beispiel der Erdbeerverkäuferin aus Sektion (2.5.2) betrachtet. Die Annahme wird eingeführt, dass die Verkaufsraten λ sich für $t > 2$ ändern. Die neuen Verkaufsraten für Ω_{P_2} sind $\lambda_i^2 = \{3; 1,5; 1; 0,6; 0,5\}$. Die daraus resultierenden erwarteten Erlöse pro Zeiteinheit t ergeben sich aus $\lambda_i^2 p_i = \{3\,€; 2,25\,€; 2\,€; 1,32\,€; 1,5\,€\}\ \forall\ i = 1, ..., |\Omega_{P_2}|$. Die effizienten Preise haben sich also verändert. Unter Berücksichtigung der Veränderung der PAF sind alle Preise außer $2.2\,€$ effizient und der erlösmaximierende Preis ist $1\,€$. Bei entsprechend

[10] Vgl. Yao/Sanl/Gulcu (2015): 447.

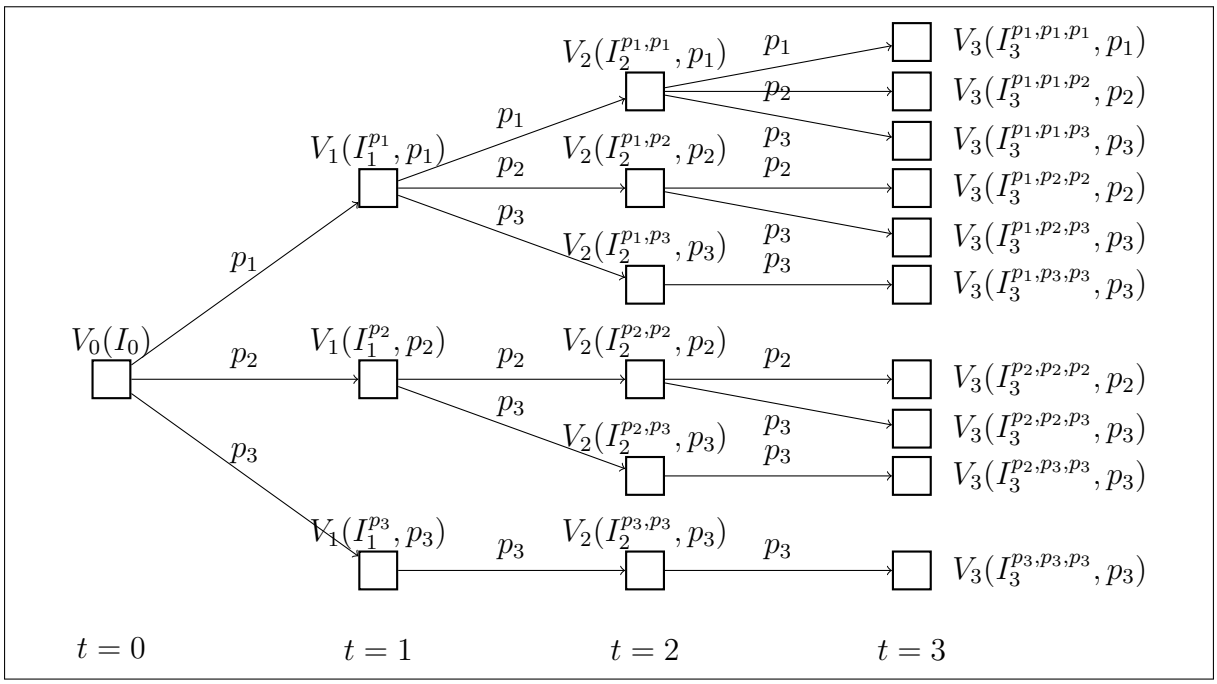

Abbildung 5.7: FDP-Baumdiagramm zur Darstellung der Dimensionen für ein Produkt, drei Preise und $T = 3$. (Eigene Darstellung)

vorhandenem Restbestand ist daher dieser Preis dem optimalen Preis unter der vorher geltenden PAF vorzuziehen. Zunächst wird angenommen, dass die Nachfrage deterministisch ist. In Kapitel (3.2.1) wurde erläutert, dass die deterministische Lösung eines Problems eine obere Schranke der optimalen Lösung für das stochastische Problem liefert. Wird eine Menge aus diskreten Preisen betrachtet, so bildet die Maximum-Konkave-Hülle die PAF. Die Berechnung dieser wird in Kapitel (3.2.3) beschrieben. Für das Beispiel ergibt sich ein optimaler Zielfunktionswert von 11,5 € Erlös. Dieser lässt sich durch verschiedene Preiskombinationen erreichen. Die Kombinationen 1,50 € in Periode 1, 2 € in Periode 2 und 1 € in Periode 3 sowie in den ersten beiden Perioden 1,50 €, dafür in der Hälfte der letzten Periode 1 € und in der anderen Hälfte 2 € führen zu dem gleichen Ergebnis. Für alle Anfangsbestände $I_0 \geq 9$ ist der optimale Zielfunktionswert 12, mit der Preisbelegung der optimalen Preise p_t^*. In Perioden, in denen eine Mischung zweier Preise optimal ist, kann die Preisauswahl zufällig für jeden Kunden erfolgen oder phasenweise. Wichtig ist, dass die Relationen der α-Werte berücksichtigt werden.
Durch die Anwendung des Algorithmus ergibt sich ein optimaler Zielfunktionswert von $11,5$ € bei einer Politik von $\pi_8^* = (2\,€; 1.5\,€; 1\,€)$. Der Algorithmus schlägt in Periode 1 einen optimalen Preis von 2 € vor, trotz des optimalen stetigen Preises von 1.5 €. Dies zeigt, dass es rational sein kann, einen saisonalen Artikel in frühen Perioden höher zu bepreisen als den optimalen stetigen Preis. Dies beugt unerwartet hohen Nachfragen und somit einem schnellen Ausverkauf vor und hält einen Spielraum für Preisnachlässe offen. Je geringer der Anfangsbestand, desto höher sollte auch der Anfangspreis gewählt werden. Bei einem Anfangsbestand von 4 Erdbeerkörben ist die optimale Politik $\pi_4^* = (3\,€; 2\,€; 2\,€)$ mit einem Erlös von 9 €. Da die optimalen Politiken auf Basis von deterministischen Daten entstanden sind und die Nachfrage nicht genau vorherzusagen ist, sinkt die Aussagekraft für Perioden, die weiter in der Zukunft

liegen. Um unerwarteten Nachfrageschwankungen entgegenzuwirken, sei der Algorithmus in *rollierenden Abständen* zu wiederholen. Dies kann geschehen, wenn der erwartete Restbestand abzüglich eines Toleranzniveaus vom tatsächlichen Restbestand abweicht oder zu regelmäßigen Zeitpunkten (z.B. wöchentlich oder monatlich). Empirische Ergebnisse eines Kleidungsverkäufers zeigen, dass für einen ähnlichen Markdownalgorithmus eine Erlössteigerung von $4,8$ % im Vergleich zu der bisherigen Preissetzungsstrategie des Verkäufers erzielt werden konnte. In dem Experiment wurden nur Preiswechsel durchgeführt, wenn der neue Preis 20 % unter dem der vorigen Periode lag. Dazu wurde der *Listenpreis* die ersten vier Wochen als Verkaufspreis festgelegt.[11] Der Listenpreis ist der höchste Preis, zu dem das Produkt vom Hersteller angeboten wird.

5.3.3 Anwendungsbeispiel 2: WPC-Möbelhändler

In Anbetracht der wechselnden Wetterverhältnisse zum Ende der Saison ist der Bedarf für Gartenzubehör in den Perioden 6 bis 10 bei einem Betrachtungszeitraum von $T = 10$:$d(t,p) = 250 - \frac{1}{2}p$. Den Rest der Zeit liegt er wie gehabt bei $d(t,p) = 200 - \frac{1}{4}p$. Die Ergebnisse des Algorithmus sind der Tabelle (5.4) zu entnehmen. Die Nachfrage sei zunächst deterministisch.

Tabelle 5.3: Markdownalgorithmus-Ergebnisse unter deterministischer Nachfrage für Beispiel 1 und $T = 10$ Perioden.

I_0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
$V_{10}(\pi^*)$(in TSD €)	$59,99$	$119,99$	$173,10$	$215,00$	$250,00$	$280,00$	$301,28$	$321,28$	$341,28$	$349,99$
$p^*\|t = 1$ in €	$599,99$	$599,99$	$599,99$	$599,99$	$599,99$	$599,99$	$489,99$	$489,99$	$489,99$	$399,99$
$p^*\|t = 2$ in €	$599,99$	$599,99$	$599,99$	$599,99$	$599,99$	$499,99$	$489,99$	$489,99$	$489,99$	$399,99$
$p^*\|t = 3$ in €	$489,99$	$599,99$	$599,99$	$599,99$	$599,99$	$499,99$	$489,99$	$489,99$	$489,99$	$399,99$
$p^*\|t = 4$ in €	$449,99$	$599,99$	$599,99$	$599,99$	$599,99$	$499,99$	$489,99$	$489,99$	$489,99$	$399,99$
$p^*\|t = 5$ in €	$399,99$	$299,99$	$599,99$	$599,99$	$599,99$	$499,99$	$449,99$	$449,99$	$449,99$	$399,99$
$p^*\|t = 6$ in €	$299,99$	$299,99$	$489,99$	$449,99$	$399,99$	$399,99$	$399,99$	$399,99$	$299,99$	$299,99$
$p^*\|t = 7$ in €	$299,99$	$299,99$	$489,99$	$449,99$	$399,99$	$399,99$	$399,99$	$399,99$	$299,99$	$299,99$
$p^*\|t = 8$ in €	$299,99$	$299,99$	$489,99$	$449,99$	$399,99$	$399,99$	$399,99$	$299,99$	$299,99$	$299,99$
$p^*\|t = 9$ in €	$299,99$	$299,99$	$449,99$	$449,99$	$399,99$	$399,99$	$399,99$	$299,99$	$299,99$	$299,99$
$p^*\|t = 10$ in €	$299,99$	$299,99$	$449,99$	$399,99$	$399,99$	$399,99$	$299,99$	$299,99$	$299,99$	$299,99$
p_s^* (statisch)	$599,99$	$599,99$	$599,99$	$489,99$	$449,99$	$449,99$	$399,99$	$399,99$	$399,99$	$399,99$
r_s^* (statisch)	$59,99$	$119,99$	$1500,00$	$195,99$	$224,99$	$253,14$	$279,99$	$300,00$	$300,00$	$300,00$
r_s^* vs. $V_10(\pi^*)$	0 %	0 %	$15,4$ %	$9,7$ %	$11,12$ %	$10,61$ %	$7,6$ %	$7,09$ %	$13,76$ %	$16,67$ %

In Tabelle (5.4) werden in den Zeilen die optimalen Preise in Periode t bei einem Restbestand von I Einheiten gezeigt. Der Algorithmus wurde dafür bei den jeweiligen Restbeständen I als I_0 initialisiert, da die deterministische Nachfrage unter Umständen keinen optimalen Preis für den genauen Restbestand generiert. In der Praxis werden hochpreisige Artikel, wie Möbel oder Elektronikartikel, in der Regel bereits zu Beginn des Verkaufszeitraums mit Rabatt zum Listenpreis angeboten. Hauptgrund dafür ist die Steigerung des subjektiven Wertes des Objektes aus Sicht der Kunden. Siehe zum Beispiel Tabelle (5.4): Bei 800 Einheiten auf Lager wird der Preis $489,99$ € in Periode 1 verwendet. Der Listenpreis von $599,99$ € gibt dem Kunden das Gefühl, Geld zu sparen. Die Markdownstrategie kann ebenso als Strategie zur Kundensegmentierung angesehen werden.[12] In der Modeindustrie kaufen Kunden, welche einen höheren Wert darauf

[11] Vgl. Heching/Gallego/van Ryzin (2002): 139–159.
[12] Vgl. Phillips (2005): 248.

legen, die neusten Produkte so schnell wie möglich zu erhalten, das Produkt früher. Kunden, welche einen geringeren Preis zahlen möchten, antizipieren den Preisnachlass und akzeptieren die Wartezeit, die damit einhergeht. Die letzte Zeile von Tabelle zeigt, wie hoch der prozentuale Erlöszuwachs bei einem Umstieg von einer optimalen statischen auf eine optimale dynamische Politik zu erwarten wäre. Der Vergleich der erwarteten Erlöse bei der Verwendung von einem statischen Preis zeigt, dass durch die Preisvariation in Beispiel 1 Erlössteigerungen von bis zu $16,67$ % zu erzielen sind. Es zeigt sich zudem, dass bei zu niedrigem Anfangsbestand die Erlöse gleich sind. Dies liegt daran, dass der höchste Preis in Ω_{P_1} bereits für einen Ausverkauf des Artikels über den Zeitraum sorgt. In dem Fall ist zu überlegen, ob Ω_{P_1} ein höherer Preis hinzugefügt werden sollte.

5.3.4 Wann sollte eine Markdownstrategie angewandt werden?

Eine Markdownstrategie ist dann effektiv zu implementieren, wenn drei Kriterien erfüllt sind.

1. Das Produkt hat einen begrenzten Verkaufszeitraum.
2. Das Produkt ist nur limitiert verfügbar.
3. Der wahrgenommene Wert des Produktes bleibt über den betrachteten Zeitraum konstant, oder sinkt.

Angenommen der Verkaufszeitraum sei unbegrenzt. Ein Kunde, welcher eine geringe Zahlungsbereitschaft hat, weiß, dass der Preis sinken wird und ist deshalb bereit, diese Wartezeit in Kauf zu nehmen. Da der Verkaufszeitraum unbegrenzt ist, kann der Kunde aus spieltheoretischer Sicht unbegrenzt lange warten. Ist der Verkaufszeitraum jedoch begrenzt und der Bestand des Produktes limitiert, so geht der Kunde ein Risiko ein. Das Risiko besteht darin, dass der Bestand des gewünschten Produktes zum Kaufzeitpunkt bereits ausgeschöpft ist. Wenn ein Produkt nicht verfügbar ist, so bringt auch ein geringer Preis keinen Nutzen. Also mag das Produkt zu einem späteren Zeitpunkt nicht nur „schlechter “ sein, da es nicht mehr den aktuellen Standards entspricht, bzw. sein Ablaufdatum sich nähert, sondern auch weil das Risiko besteht, dass ein Produkt gar nicht mehr verfügbar ist. Genauso ist es wichtig, dass der wahrgenommene Wert des Produktes im Zeitablauf nicht zunimmt. In dem Fall ist eine Markupstrategie vorzuziehen. Wird jedoch die in vielen Fällen realistische Annahme getroffen, dass die Zahlungsbereitschaft auf Grund von subjektivem Wertverfall abnimmt, so können unterschiedliche Preise zu höheren Erlösen führen. Wird vom Gegenteil ausgegangen und bleibt die Zahlungsbereitschaft gleich oder steigt sogar, antizipieren Kunden den Preisnachlass in zukünftigen Perioden und warten alle. In dem Fall hat der Verkäufer einen höheren Erlös, wenn er den optimalen statischen Preis für den gesamten Verkaufszeitraum verwendet.

5.3.5 Einbeziehung stochastischer Nachfrage

Obwohl die Lösung des deterministischen Problems eine akzeptable Lösung für die Preisauswahl generiert, kann durch das Einbeziehen der Stochastik in der Nachfrage ein präziserer Lö-

sungswert ermittelt werden. Auch hier gilt, dass die deterministische Lösung eine obere Schranke für den stochastischen Zielfunktionswert liefert. In (5.3.1) wurde durch die in Periode t unter Preis p als bekannt angenommene Nachfrage ein FDP-Verfahren verwendet. Durch die zu Beginn kleine Anzahl an Zuständen, welche zu berücksichtigen sind (siehe Abbildung (5.7)), ist das Lösungsverfahren für realistische Instanzen in akzeptablen Rechenzeiten zu lösen. Wird die Nachfrage $D(t,p)$ jedoch als Zufallsvariable modelliert, geht dieser Vorteil verloren, da bereits in der ersten Periode unter Umständen viele Zustände realisiert werden können. Im Folgenden wird ein Algorithmus der DO vorgestellt, welcher das Problem mit Hilfe einer Rückwärtsrekursion löst. Zunächst sei jedoch das Problem zu definieren:

$$V_t(I_t, p_t) = \max_{p_i \in \Omega_P | p_i \leq p_t} \{p_i E[\min(I_t, D(t,p_i)^+)] + E[V_{t+1}(I_{t+1}, p_i)]\}. \tag{5.23}$$

Wobei $I_{t+1} = f(I_t, p_i) = I_t - \min(I_t, D(t,p_i)^+)$. Dieses unterscheidet sich von (5.22) in zwei Punkten. Zum einen wird die deterministische Nachfrage s_t durch den Erwartungswert der Nachfrage ersetzt. Zum anderen wird über die Bellman'sche Funktionalgleichung nicht der Wert der *folgenden* Periode, sondern der Wert der *vorherigen* Periode ermittelt. Die Randbedingungen, um eine Lösung zu generieren sind $V_t(0, p_t) = 0$ und $V_{T+1}(I_{T+1}, p_{T+1}) = rI_{T+1}$, wobei r ein Restwert für alle verbleibenden Resteinheiten des Produktes ist. Dieser Wert wird auch *Salvage-Value* genannt. Die Berücksichtigung eines Salvage-Values macht die Lösung des Problems nicht komplexer. Aus didaktischen Gründen wird im Rest des Kapitels von einem Salvage-Value von null ausgegangen. Um das Problem zu lösen wird ein endlicher Zeitraum T, ein endlicher Anfangsbestand I_0, eine Menge Preise $\Omega_P = \{p_1, p_2, ..., p_K\}$ sowie eine Menge PAFs $\Psi_D = \{D_1(p), D_2(p), ..., D_J(p)\}$ und die Anfangs- und Endperioden ihres jeweiligen Gültigkeitsbereiches $\mathcal{G}_j = \{a_j, b_j\} \; \forall \; j \in 1, ..., J$ benötigt. a_j gibt den Index der ersten Periode an, in der die PAF $D_j(p) \in \Psi_D$ Anwendung findet und b_j die letzte. Daher muss gelten $a_j \leq b_j \forall j \in 1, ..., J$, sowie $a_1 = 1, b_J = T$ und $b_j = a_{j+1} + 1 \; \forall \; j = 1, ..., J-1$. Die Funktionen $D_j(p) \; \forall \; j = \{1, ..., , J\}$ geben den Erwartungswert der Nachfrage an. Es wird angenommen, die Verteilung $F(D(t,p))$ der Nachfrage sei bekannt, kann jedoch abhängig von Periode und Preis unterschiedlich sein. Es gilt für jede Periode t: $E[D(t,p)] = D_j(p) | t \in \{a_j, ..., b_j\}$. Zusätzlich wird angenommen, dass in jeder Periode t unter jedem Preis p der Wertebereich der Nachfrageausprägungen begrenzt ist:

$$W(D(t,p)) = \{u_{t,p}, ..., o_{t,p}\}. \tag{5.24}$$

Dabei ist $u_{t,p}$ der kleinste Wert, den die Nachfrage annehmen kann und $o_{t,p}$ der größte Wert, gegeben t und p. Zusätzlich wird davon ausgegangen, dass die Nachfrage nur ganzzahlige Werte annehmen kann: $D(t,p) \in \mathbb{Z}^+$. Der folgende Pseudocode zeigt, wie sich die optimale Lösung des Problems bestimmen lässt.

Durch die Randbedingung $V_{T+1}(I_{T+1}) = rI_{T+1}$ lässt sich der Wert für alle Preise $p_k \in \Omega_P$ und aller Lagerbestände $i \in 1, ..., I_0$ zum Beispiel durch eine For-Schleife und einen anschließenden Vergleich bestimmen. Es wird in jeder Periode absteigend von Periode T der Wert für

Algorithm 2 Dynamisches Programm zur Lösung des stochastischen Markdown-Problems.

INPUT:
Menge der Preise Ω_P mit $|\Omega_P| = K$.
Länge des Zeitraumes T.
Anfangsbestand I_0.
Verteilungen der Nachfrage, $F(t,p)\,\forall t \in 1,...,T, p \in \Omega_P$.
Gegebenenfalls Salvage-Value r.
for $t = T,...,1$ **do**
  for $i = 1,...,I_0$ **do**
    for $k = 1,...,K$ **do**

$$V_t(i,p_k) = \max_{p_j | j \in \{1,...,k\}} \sum_{d=0}^{\min(i,o_{t,p_j})} P(d = \min(i, D(t,p_j))) \cdot (d \cdot p_j + V_{t+1}(\max(i-d,0), p_j) \tag{5.25}$$

$$p_t^*(i,p_k) = \arg\max_{p_j | j \in \{1,...,k\}} \sum_{d=0}^{\min(i,o_{t,p_j})} P(d = \min(i, D(t,p_j))) \cdot (d \cdot p_j + V_{t+1}(\max(i-d,0), p_j) \tag{5.26}$$

    end for
  end for
end for

alle Lagerbestände i unter dem höchstmöglichen Preis p_k bestimmt. Dies geschieht, indem die Wahrscheinlichkeit für jede Ausprägung des Wertebereichs von $W(D(t,p))$ bei der Berechnung des erwarteten Erlöses berücksichtigt wird. Bei geringen Lagerbeständen und einer hohen Nachfrage ist $i < o_{t,p_j}$. Ist dies der Fall, müssen nicht alle Ausprägungen von $D(t,p_j)$ betrachtet werden. Sei beispielsweise der Restbestand $i = 5$. Der Preis p_j verspricht eine Nachfrage im Intervall $\{10,...,20\}$. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Nachfrage 5 ist, ist in diesem Fall $100\,\%$. Durch die Markdownregelung sind Preiserhöhungen nicht gestattet. Die Entscheidung für einen geringeren Preis in einer Periode geht also mit einer Einschränkung des Entscheidungsraumes in zukünftigen Perioden einher. Es gilt, dass $V_t(I_t,p_t)$ nicht fallend in p_t und I_t ist. Intuitiv ist dies zu begründen mit einer höheren potenziellen Verkaufsmenge, wenn der Restbestand höher ist. Ein höheres p_t geht mit mehr Flexibilität in der Preisauswahl einher. Daher sollte der Zeitpunkt des Wechsels gut durchdacht sein. Durch den Algorithmus werden nicht nur die Werte der Zustände bestimmt, sondern auch die Preise $p_t^*(I_t,p_t)$, welche den erwarteten Erlös maximieren. Da diese Preise für alle Kombinationen des Restbestandes, der verbleibenden Zeit und dem höchstmöglichen Preis bestimmt werden, muss die Berechnung nicht nach jeder Periode neu durchgeführt werden. Die Neuberechnung der Preise sollte jedoch in regelmäßigen Abständen durchgeführt werden, da die Annahmen über erwartete Nachfrage sowie die Verteilung dieser sich im Laufe der Zeit ändern können. Diese können beispielsweise mit dem Satz von Bayes (7.2) nach der Realisierung der Nachfrage angepasst werden. Allgemein ist für die Gewährleistung der Aktualität des Verkaufspreises das Marktgeschehen zu beobachten und auf unerwartete

Schwankungen zu reagieren. Die Anpassungen müssen nicht reaktiv sein, sondern können auch antizipativ sein. Möglicherweise ist ein großer Verkaufsrückgang durch eine Rufschädigung des Produktes entstanden und ohne eine Preisreduzierung sinkt die Verkaufsmenge stark.

5.3.6 Anwendungsbeispiel: WPC-Händler

In dieser Untersektion wird an einem Beispiel der Algorithmus erläutert und die Lösungen mit denen des deterministischen Modells verglichen. Die Werte der Input-Parameter werden aus Untersektion (5.3.3) übernommen. Verteilung der Zufallsvariable $D(t,p)$ sei poissonverteilt mit Parameter $\lambda_{t,p} = E[D(t,p)^+]$. Falls $E[D(t,p)^+]$ gleich null ist, so ist die Nachfrage in der Periode ebenso null. Wie im vorherigem Beispiel wird davon ausgegangen, dass in den ersten 5 Perioden der Erwartungswert der unrestriktierten Nachfrage unter Preis p aus der linearen PAF $d(t,p) = 200 - \frac{1}{4}p$ einhergeht. Für die restlichen Perioden ergibt sich die erwartete Nachfrage für jedes p aus $d(t,p) = 250 - \frac{1}{2}p$. Alle Wahrscheinlichkeiten für Nachfragewerte, welche nach kaufmännischem Runden auf 5 Nachkommastellen kleiner als null sind, werden nicht berücksichtigt. Wird in der ersten Periode zum Beispiel Preis 5 gewählt, so ist die erwartete Nachfrage ungefähr $d_1(75) = 200 - \frac{1}{4} \cdot 499,99 \approx 75$ Einheiten. Dieser Wert gibt sowohl Erwartungswert, als auch Standardabweichung der Nachfrage vor, welche sich aus der Quadratwurzel von λ ergibt. Alle Ausprägungen der Nachfrage werden betrachtet und mit Hilfe von Gleichung (5.25) wird der optimale Wert ausgerechnet. Dies setzt voraus, dass der Wert $V_{t+1}(I_{t+1}, p_{t+1})$ für alle I_{t+1} und p_{t+1} bereits bekannt ist. Über die Funktion $\arg\max$ in Schritt 11 wird der Preis $p_t^*(I_t, p_t)$, welcher für gegebene Parameter t, I und p den Preis bestimmt, und dieser den erwarteten Erlös maximiert. Nach Anwendung des Algorithmus ergeben sich für $t = \{1, ..., 10\}$ folgende optimale Preise.

Tabelle 5.4: Markdown-Algorithmus-Ergebnisse unter stochastischer Nachfrage für Beispiel 1 und $T = 10$ Perioden.

I_0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
$V_1(I_0,6)$(in TSD €)	$59,99$	$119,99$	$172,10$	$212,35$	$245,77$	$275,78$	$297,97$	$317,71$	$335,93$	$344,68$
$p^*\|t=1$ in €	599.99	599.99	599.99	599.99	599.99	499.99	499.99	499.99	489.99	449.99
$p^*\|t=2$ in €	599.99	599.99	599.99	599.99	599.99	499.99	499.99	489.99	449.99	399.99
$p^*\|t=3$ in €	599.99	599.99	599.99	599.99	499.99	499.99	499.99	449.99	399.99	399.99
$p^*\|t=4$ in €	599.99	599.99	599.99	499.99	489.99	489.99	449.99	399.99	399.99	399.99
$p^*\|t=5$ in €	599.99	599.99	499.99	499.99	499.99	449.99	399.99	399.99	399.99	399.99
$p^*\|t=6$ in €	449.99	449.99	399.99	399.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99
$p^*\|t=7$ in €	449.99	399.99	399.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99
$p^*\|t=8$ in €	449.99	399.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99
$p^*\|t=9$ in €	399.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99
$p^*\|t=10$ in €	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99	299.99
$V_{10}(\pi^*)$(in TSD €)	$59,99$	$119,99$	$173,10$	$215,00$	$250,00$	$280,00$	$301,28$	$321,28$	$341,28$	$349,99$
$V_1(I_0,6)$ vs. $V_{10}(\pi^*)$	1	1	$0,994$	$0,988$	$0,983$	$0,985$	$0,990$	$0,989$	$0,984$	$0,984$

Die Ergebnisse bestätigen die Vermutung, dass die Lösung des Problems unter der Annahme, die Nachfrage sei deterministisch eine obere Schranke für das Problem mit stochastischer Nachfrage, darstellt. Dies zeigt die letzte Zeile, in der die relativen Unterschiede von der deterministischen und der stochastischen Politik aufgeführt sind. Auffällig ist, dass die Politiken sich voneinander unterscheiden. Beispielsweise empfiehlt das stochastische Modell mit einem

Anfangsbestand von $I_0 = 1000$ in der ersten Periode den Preis von $449,99$ €, während das deterministische Modell einen Preis von $399,99$ € vorschlägt. Dabei kommt es sowohl vor, dass die optimalen Preise der stochastischen Lösung höher, als auch niedriger sind als die, der deterministischen Lösung. Ein interessantes Phänomen kann bei einem Anfangsbestand von $I_0 = 500$ beobachtet werden. Der optimale Preis in Periode 4 (6 Restperioden) ist $489,99$ €, während der optimale Preis für Periode 5 $499,99$ € ist.

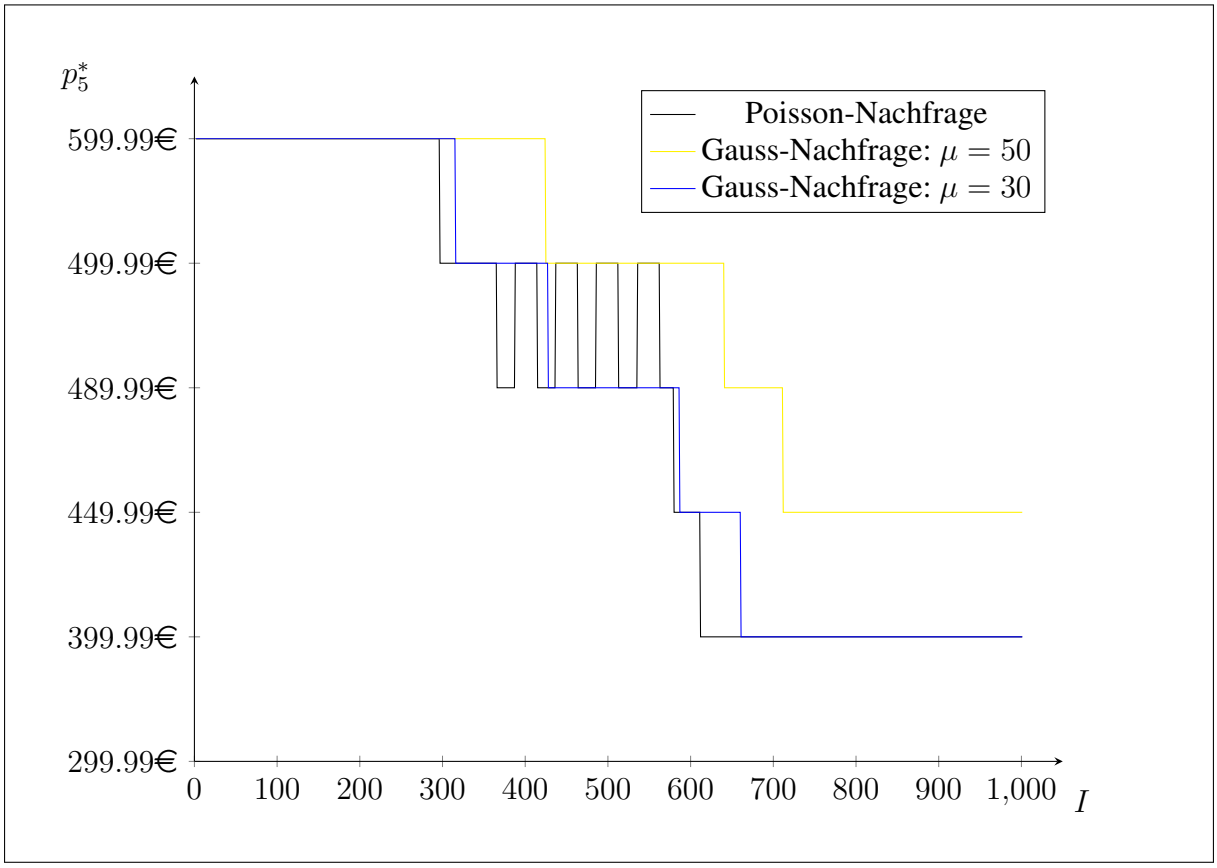

Abbildung 5.8: Optimaler Preis bei $t = 5$ (5 Restperioden) in Abhängigkeit vom Restbestand I. (Eigene Darstellung)

Um dieses Phänomen genauer beurteilen zu können, wurde in Abbildung (5.8) der optimale Preis für 5 Restperioden visualisiert. Es ist zu erkennen, dass dieser im Intervall von einem Restbestand von 300 bis 600 Einheiten zwischen Preis 4 und Preis 5 schwankt. Der Grund dafür liegt, wie die anderen beiden Funktionen zeigen, in der variierenden Streuung der Nachfrage. Da von einem Restwert von null nach Periode T ausgegangen wird und die Menge der Preise auf eine diskrete Menge beschränkt ist, kann der optimale Preis im Zeitablauf zunehmen. Ein Grund hierfür ist die Ähnlichkeit der Preise $489,99$ € und $499,99$ €. Die Summe aus dem erwarteten einstufigen Nutzen und dem erwarteten zukünftigen Erlösen liegen für die beiden Preise nah beieinander und die Preise werden so gewählt, dass am Ende des Horizontes unter Beachtung der Verteilung der Restbestand möglichst klein ist. Während bei der poissonverteilten Nachfrage nicht nur der Erwartungswert, sondern auch die Standardabweichung mit dem Preis variiert, wurde bei den anderen beiden Kurven die Nachfrage als normalverteilte Zufallsvariable mit dem konstanten Parameter für die Varianz μ modelliert. Es ist zu beobachten, dass der Preis bei

der normalverteilten Nachfrage konstant sinkt. Interessant zu sehen ist, dass bei einer stärker schwankenden Nachfrage der Preis in der Regel höher angesetzt wird, als bei hoher Nachfrage. Der Grund hierfür ist zum einen die Erhaltung der Preisflexibilität in folgenden Perioden, falls die Nachfrage nach unten ausschlagen sollte. Zum anderen ist durch den höheren Preis eine größere Marge zu erzielen und die hohe Streuung macht große Gewinne möglich.

6 Kritische Würdigung und Fazit

Die Arbeit bildet einen Leitfaden für DP-Verfahren im Einzel- und Großhandel. In Kapitel 1 bis 4 wird das Grundlagenwissen vermittelt, welches für die Implementierung der Algorithmen in Kapitel 5 benötigt wird.
Der Demand-Learning-Algorithmus aus Sektion (5.1) bietet eine Möglichkeit, ohne Nachfrageinformationen aus der Vergangenheit effektive Nachfrageprognosen zu generieren. Die Ergebnisse zeigen, dass eine hinreichend große Testperiode für eine gute Abschätzung der Nachfrage vorhanden sein muss ist. Die Ergebnisse sind ebenso abhängig von der Struktur der tatsächlich zugrunde liegenden Preiselastizität der Nachfrage. Gerade bei neuen Produkten ist der Preis ausschlaggebend für den Produktkauf. Ist das Produkt einmal auf dem Markt etabliert, so sinkt die Preiselastizität und die Nachfragestruktur verändert sich. Dies geschieht durch eine steigende Kundenloyalität und die Markenbekanntheit. Daher wird empfohlen, auch nach der Demand-Learning-Phase die Nachfrageprognose mit dem Satz des Bayes zu aktualisieren. Die Ergebnisse der Rechenstudie zeigen, dass der Algorithmus für Zeiträume von 10 Perioden ein signifikant schlechteres Ergebnis erzielt als für Zeiträume von 50 oder 100 Perioden. Durch die Schätzung der Nachfrage für nicht verwendete Preise mit der Methode der kleinsten Quadrate können nur grobe Schätzungen erstellt werden. Es ist zu beobachten, dass bei einer Nachfrage, die einer Logit-PAF folgt, schlechtere Zielfunktionswerte erzielt werden als bei der linearen PAF. Eine Erweiterung der OLS-Schätzmethode könnte eine Verbesserung für den Algorithmus bewirken. Das Modell sollte so gewählt werden, dass die Nachfrage des verkauften Produktes durch die PAF annäherungsweise dargestellt wird. Es wird eine Methode aufgezeigt, die Struktur der Nachfrage aus den beobachteten Daten zu modellieren. Auf Basis der Daten des Algorithmus können weitere DP-Verfahren angewandt werden. In Sektion (5.2) wird ein Vorgehen unter zeithomogener Nachfrage mit einem finiten Zeithorizont gezeigt. Die Ergebnisse zeigen, dass Preiswechsel bei einem limitierten Restbestand über einen limitierten Zeitraum von Vorteil sind, auch wenn die Zahlungsbereitschaft der Kunden nicht schwankt. In dem Algorithmus wird eine Möglichkeit aufgezeigt, optimale Preiswechselpunkte für eine beliebige Menge konkreter Preise zu bestimmen. Dazu wird gezeigt, wie die Preiswechsel in den Betriebsalltag integriert werden können.In Sektion (5.3) wird ein Algorithmus aufgezeigt, welcher eine optimale Markdownstrategie unter zeitinhomogener stochastischer sowie deterministischer Nachfrage vorgibt. Die Ergebnisse zeigen, dass die deterministische Lösung eine obere Schranke für die stochastische Lösung ist. Dies zeigt die Wichtigkeit der Berücksichtigung von Stochastik in der Absatzplanung, da es sonst zu Entscheidungen kommen kann, welche unter Berücksichtigung aller Informationen nicht optimal sind. Ist die Kapazität begrenzt, so kann es sinnvoll sein, einen höheren Preis anstatt des optimalen auszuwählen. Die Modellierung der Verteilung der Nachfrage ist ebenso entscheidend. Hier sollten realistische Annahmen getroffen werden. In der Praxis wird häufig von einer normalverteilten Nachfrage ausgegangen.
Abschließend ist zu sagen, dass die hier erläuterten Algorithmen hauptsächlich an Produktmanager aus der Region Niederrhein gerichtet sind, aber auch darüber hinaus angewandt werden können.

7 Anhang

7.1 Anhang A: Erweiterte Erläuterung zu Algorithmus 2

Sobald die Wertfunktion $\tilde{V}(t,1)$ bekannt ist, kann sie verwendet werden, um rekursiv die Wertfunktion $\tilde{V}(t,2)$ auszurechnen, welche wiederum für die Berechnung von $\tilde{V}(t,3)$ verwendet werden kann. Die Prozedur lässt sich für beliebig viele Einheiten n wiederholen. Nach (5.13) wird zunächst die Wertfunktion für nur einen Preis aber 2 Resteinheiten bestimmt:

$$V_1(t,n) = \int_t^T \lambda_1[\tilde{V}(s,n-1) + p_1]exp(-\lambda_1(s-t))ds. \tag{7.1}$$

Wenn $\tilde{V}(t,n)\ \forall n \geq 1$ eine streng fallende, konkave und differenzierbare Funktion nach t ist, ist $V_1(t,n)\ \forall n > 1$ ebenfalls streng monoton fallend, konkav und differenzierbar in t. Der effektive Preis lässt sich ähnlich wie bei der Berechnung des Wertes von einer Resteinheit durch das Suchen des größten t finden, der das Optimalitätskriterium erfüllt für jeden Preis $p_i \forall i = 1, ..., K-1$:

$$z_n^1 = \text{inf}\{0 \leq t \leq T : V_1(t,n) - \tilde{V}(t,n-1) < \frac{r_1 - r_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = \zeta_{12}\}. \tag{7.2}$$

Somit ist links von z_n^1 der Preis 1 nicht mehr der effektive Preis, sondern p_2. Wichtig ist, dass die Funktionen $V_i(t,n)$ und $V_{i+1}(t,n)$ für alle $1 \leq n < K$ den gleichen Funktionswert für z_n^i besitzen. Dies bewirkt, dass die stückweise definierte Wertfunktion $\tilde{V}(t,n)$ kontinuierlich ist. Die allgemeine Formel für die Wertfunktionen unter Berücksichtigung mehrerer Preise ist:

$$V_i(t,n) = \int_t^{z_n^{i-1}} \lambda_i[\tilde{V}(s,n-1)+p_i]exp(-\lambda_i(s-t))ds + V_{i-1}(z_n^{i-1},n)exp(-\lambda_i(z_n^{i-1}-t)). \tag{7.3}$$

Der linke Summand gleicht dem der Wertfunktion für einen Preis $V_1(t,n)$ und beschreibt den erwarteten Erlös unter Preis p_i ab einer beliebigen Periode $t \in [0, z_n^{i-1}]$ bis zu dem Schwellwert z_n^{i-1}. Da zu diesem Schwellwert der Preis von p_i nach p_{i-1} gewechselt wird, wird der erwartete Wert für das verbleibende Intervall über die Wertfunktion mit einem Preis weniger $V_{i-1}(t,n)$ für den verbleibenden Zeitraum $(z_n^{i-1}, T]$ hinzuaddiert. Da die Funktion $V_i(t,n)$ als partielle Funktion von der Wertfunktion $\tilde{V}(t,n)$ verwendet wird, ist der Funktionswert an der Stelle z_n^{i-1} entscheidend. $V_1(z_n^{i-1})$ ist eine Konstante, beschreibt den erwarteten Erlös zum Wechselzeitpunkt. Der rechte Summand nimmt den Wert $V_1(z_n^{i-1})$, sobald $t = z_n^{i-1}$ ist. Dadurch, dass $exp(z_n^{i-1}-t)$ streng monoton steigend ist, steigt der positive Einfluss des Summanden bei größer werdendem t. Durch die Addition mit dem herunterskalierten Wert wird implizit der erwartete Erlös unter den geringeren Preisen mit berücksichtigt. Durch die Zusammensetzung der Funktionen über die Regel

$$z_n^{i-1} = \inf\{0 \leq t \leq z_n^{i-2} : V_{i-1}(t,n) - \tilde{V}(t,n-1) < \frac{r_i - r_{i-1}}{\lambda_i - \lambda_{i-1}} = \zeta_{i,i-1}\} \tag{7.4}$$

und

$$\tilde{V}(t,n) = V_i(t,n) \text{ falls } z_n^{i-1} > t \geq z_n^i,\ i = 1, ..., K, \tag{7.5}$$

wobei die Randbedingungen $z_n^0 = T$ und $z_n^K = 0$ gelten müssen. Für einen Optimalitätsbeweis über Induktion wird auf den Artikel von Feng und Xiao verwiesen[1].

7.2 Anhang B: Bayes'sche Nachfrageprognose

Die Bayes'sche Nachfrageprognose ist eine Methode, um die Nachfrage für ein Produkt abzuschätzen, wenn keine oder wenig Verkaufsdaten aus der Vergangenheit vorliegen. Dies ist häufig der Fall bei neuen Produkten oder Produktvarianten. Die Grundidee der Bayes'schen Prognose ist die Zusammensetzung eines vorherigen Glaubens (Prior) über die Parameter der Verteilung der Nachfrage und den beobachteten Daten (Data). Das Ergebnis dieser Zusammensetzung wird als nachheriger Glaube (Posterior) über die Verteilung der Nachfrage bezeichnet und dient als Prior für die Berechnung des nächsten Wertes für den Posterior. So ist es möglich, eine zunächst subjektive Annahme über die Verkaufszahlen iterativ anhand von tatsächlichen Beobachtungswerten zu aktualisieren.

Angenommen der WPC-Möbelverkäufer bringt ein neues Produkt auf den Markt (Beispiel 1) und möchte die optimale Produktionsmenge bestimmen. Da Verkaufsdaten ähnlicher Produkte vorliegen, vermutet er eine Nachfrage in jeder Periode von 150 Einheiten bei einem Preis von 500 €. Die Nachfrage wird poissonverteilt modelliert. Ein Vorteil der Bayes'schen Methode ist es, dass gewisse Verteilungen mit anderen konjugieren. Geht man zum Beispiel von einer gammaverteilten Nachfrage als Prior aus und ist die beobachtete Nachfrage poissonverteilt, so ist der Posterior ebenfalls gammaverteilt. Die aktualisierten Parameter der Verteilungen lassen sich in diesen Fällen in geschlossener Form bestimmen, was die Rechnung schnell und unkompliziert macht. Die Poissonverteilung ist durch λ, welcher sowohl Varianz als auch Erwartungswert verkörpert, vollständig definiert. Der Prior über λ sei gammaverteilt $\lambda \sim Gamma(\alpha, \beta)$ mit den Parametern $\alpha_0 = 150$ und $\beta_0 = 1$:

$$p(\lambda) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \lambda^{\alpha-1} exp(-\beta\lambda). \tag{7.6}$$

Dabei ist $\Gamma(x) = (x-1)!$ die Gammafunktion. Der Erwartungswert der Gammaverteilung ist $E(X) = \frac{\alpha}{\beta}$, in dem Beispiel also 150. In der ersten Periode wird eine Nachfrage von 170 Einheiten beobachtet. Die Aktualisierung der Parameter von $\lambda \sim Gamma(\alpha, \beta)$ geschieht mit $\alpha_1 = \alpha_0 + 170 = 320$ und $\beta_1 = \beta_0 + 1$. Der neue Erwartungswert für λ ist also $320/2 = 160$. Allgemein ist die Aktualisierung von $\alpha_{t+1} = \alpha_t + Z_{t+1}$ zu bezeichnen, wobei Z_{t+1} die beobachtete Nachfrage in Periode $t+1$ darstellt. Die Interpretation von α_t ist also die gesamte Nachfrage bis einschließlich Periode t. β wird durch die Formel $\beta_{t+1} = \beta_t + 1$ aktualisiert. Die

[1] Vgl. Feng/Xiao (2000a): 655–657.

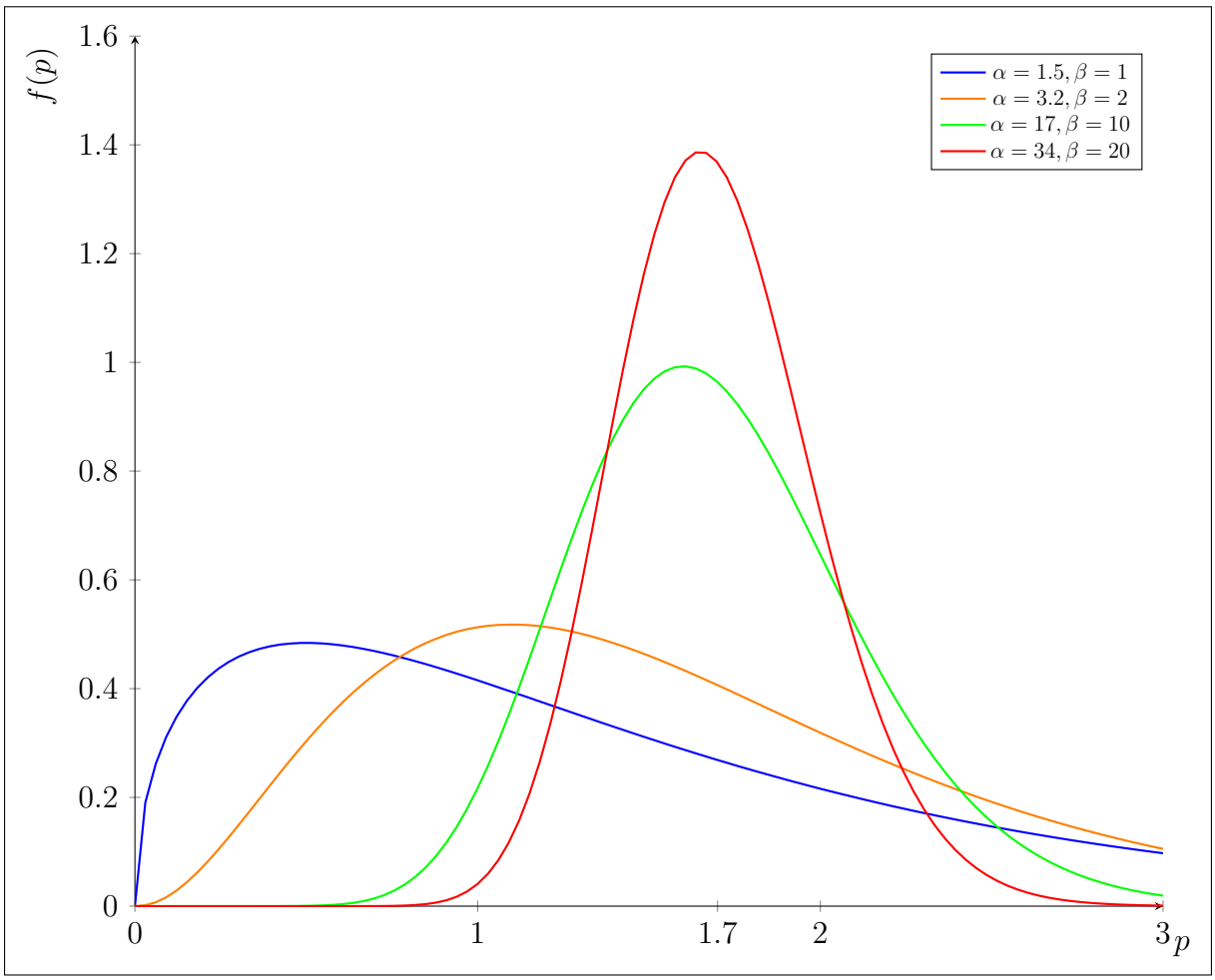

Abbildung 7.1: Entwicklung der Verteilungsfunktion des Parameters λ.

Interpretation von β_t ist die Anzahl der Beobachtungen t. Diese Prozedur lässt sich beliebig oft wiederholen. Dabei wird die Varianz, welche bei der Gammaverteilung als $Var(X) = \frac{\alpha}{\beta^2}$ definiert ist, bei steigender Anzahl Beobachtungen N immer kleiner. Daraus folgt, dass der Schätzer für den wahren Parameter λ unter der Annahme i.i.d. verteilter Nachfrage immer besser wird. Da die Skalierungen der Verteilungsfunktion die grafische Darstellung erschweren, wird $\alpha = 1.5$ gesetzt und die beobachteten Nachfragen mit 0.01 skaliert. Das Resultat ist in Abbildung (7.1) grafisch dargestellt.
Die blaue Kurve repräsentiert unsere erste Schätzung. Da die Schätzung mit einer großen Unsicherheit einher geht, ist die Streuung der Zufallsvariable groß. Steigt die Anzahl der Beobachtungen β an, so ist zu sehen, dass die Streuung der Dichtefunktion abnimmt und der wahre Erwartungswert der Nachfrage immer besser über die Verteilungsfunktion beschrieben wird. Die rote Kurve zeigt die Verteilung von λ nach 20 Beobachtungen. Es ist zu erkennen, dass ein λ-Wert von < 1 und > 3 sehr unwahrscheinlich geworden ist. Über Konfidenzintervalle ließe sich der wahre Wert von λ weiter einschränken. In diesem Beispiel läge dieser in etwa bei 1,7. Bei steigender Anzahl Beobachtungen β würde die Verteilungsfunktion weiter gespreizt werden und den wahren Erwartungswert noch präziser beschreiben.

7.3 Anhang C: Rechenstudie Thompson Sampling

Tabelle 7.1: Vergleich der deterministischen (optimalen) Lösung mit dem Algorithmus mit einem Zeithorizont von $T = 50$ Perioden und einer linearen PAF.

C	$R^*_{C,T}(P^*_{C,T})$	$r^{P^*}_{C,T}$	$r^{Algo}_{C,T}$	Verb. Kap.	Verb. Kap. Algo	Proz. Diff.
500	265.00	265.00	261.98	0.0	0.0	98.86 %
1000	529.99	529.99	526.89	0.0	0.0	99.41 %
1500	794.99	794.99	789.70	0.0	0.0	99.34 %
2000	1059.98	1059.98	1055.17	0.0	0.0	99.55 %
2500	1324.98	1324.98	1318.67	0.0	0.0	99.52 %
3000	1589.97	1589.97	1585.20	0.0	0.0	99.70 %
3500	1817.50	1801.72	1796.03	33.9	53.1	99.68 %
4000	1916.25	1908.88	1872.34	25.9	193.4	98.09 %
4500	1975.00	1960.53	1924.71	26.1	351.7	98.17 %
5000	1999.99	1992.23	1925.94	19.3	621.4	96.67 %

Tabelle 7.2: Vergleich der deterministischen (optimalen) Lösung mit dem Algorithmus mit einem Zeithorizont von $T = 10$ Perioden und einer linearen PAF.

C	$R^*_{C,T}(P^*_{C,T})$	$r^{P^*}_{C,T}$	$r^{Algo}_{C,T}$	Verb. Kap.	Verb. Kap. Algo	Proz. Diff.
100	53.00	53.00	50.65	0.0	0.0	95.56 %
200	106.00	106.00	99.17	0.0	0.0	93.55 %
300	159.00	159.00	152.61	0.0	0.0	95.99 %
400	212.00	212.00	209.34	0.0	0.0	98.74 %
500	264.99	265.00	257.91	0.0	0.0	97.33 %
600	317.99	317.99	313.09	0.0	0.0	98.46 %
700	363.50	359.72	355.43	10.7	14.4	98.81 %
800	383.25	380.14	375.69	9.2	35.8	98.83 %
900	395.00	393.16	368.57	5.2	145.6	93.75 %
1000	400.00	394.51	382.26	13.7	175.7	96.90 %

Tabelle 7.3: Vergleich der deterministischen (optimalen) Lösung mit dem Algorithmus mit einem Zeithorizont von $T = 50$ Perioden und einer Logit-PAF.

C	$R^*_{C,T}(P^*_{C,T})$	$r^{P^*}_{C,T}$	$r^{Algo}_{C,T}$	Verb. Kap.	Verb. Kap. Algo	Proz. Diff.
500	265.00	265.00	257.97	0.0	0.0	97.35 %
1000	529.99	529.99	526.62	0.0	0.0	99.36 %
1500	794.99	794.99	787.36	0.0	0.0	99.04 %
2000	1019.25	1000.46	1004.00	34.7	32.6	100.35 %
2500	1218.39	1208.11	1182.00	25.2	67.9	97.84 %
3000	1396.05	1386.20	1334.94	16.7	126.8	96.30 %
3500	1572.77	1548.60	1510.49	52.8	122.9	97.54 %
4000	1715.18	1682.98	1659.71	87.5	147.2	98.62 %
4500	1857.58	1837.79	1806.65	58.8	135.1	98.31 %
5000	1999.99	1990.51	1933.05	23.6	162.6	97.11 %

Tabelle 7.4: Vergleich der deterministischen (optimalen) Lösung mit dem Algorithmus mit einem Zeithorizont von $T = 10$ Perioden und einer Logit-PAF.

C	$R^*_{C,T}(P^*_{C,T})$	$r^{P^*}_{C,T}$	$r^{Algo}_{C,T}$	Verb. Kap.	Verb. Kap. Algo	Proz. Diff.
100	53.00	53.00	47.97	0.0	0.0	90.50 %
200	106.00	106.00	100.40	0.0	0.0	94.72 %
300	159.00	159.00	154.67	0.0	0.1	97.28 %
400	203.85	195.13	197.04	18.1	13.7	100.98 %
500	243.68	239.82	223.69	8.9	27.2	93.28 %
600	279.21	274.75	252.05	8.7	55.8	91.74 %
700	314.55	308.59	288.56	13.0	49.9	93.51 %
800	343.04	333.54	311.72	20.3	67.8	93.46 %
900	371.52	366.61	339.57	8.2	87.2	92.62 %
1000	400.00	393.15	344.44	17.1	122.9	87.61 %

7.4 Anhang D: Poissonprozesse

Das Bernoullimodell unterscheidet sich von dem diskreten Poissonmodell in der Hinsicht, dass in jeder Periode t maximal ein Kunde eine Kaufentscheidung trifft. Wird die Nachfrage als *Poissonprozess* modelliert, so können in jeder Periode beliebig viele Kunden eintreffen. Entscheidend ist dabei die *Intensität* λ der Nachfrage. Es gilt die Annahme, dass die Intensität (Verkaufsrate) λ_p mit fallendem Preis p steigt. Die Zwischenankunftszeiten der Kunden werden als exponentialverteilte Zufallsvariablen mit dem Parameter λ modelliert. Die kumulierte Anzahl der zu einem Zeitpunkt t eingetroffenen Kunden sei mit $N(t)$ eine poissonverteilte Zufallsvariable mit Erwartungswert und Varianz $\lambda \cdot t$. Durch die Eigenschaft der *Gedächtnislosigkeit* der exponentialverteilten Zwischenankunftszeiten sind die Verkaufszeitpunkte der Produkte unabhängig voneinander. Dies ermöglicht es, eine analytische Lösung für das stochastische dynamische Preissetzungsproblem herzuleiten. Es ist zwischen *homogenen* und *inhomogenen* Poissonprozessen zu unterscheiden. Bei homogenen Poissonprozessen ist der Intensitätsparameter λ über den Zeithorizont konstant. Bei inhomogenen Poissonprozessen ist dieser eine Funktion der Zeit $\lambda(t)$, kann also im Zeitablauf variieren. In dem Paper von Kincaid und Darling (1963)[2], welches als erstes wissenschaftliches Schriftgut gilt, dass sich mit der dynamischen Preissetzung auseinandersetzt, wird ein homogener Poissonprozess verwendet, um den Kundenstrom zu modellieren, welcher im Laden erscheint, um Kaufentscheidungen zu treffen. Die Autoren berücksichtigen dabei zwei Szenarien. Im ersten Szenario gibt der Verkäufer keinen Preis vor und die Kunden schlagen einen Preis vor, welcher ihrer maximalen Zahlungsbereitschaft gleicht. Dabei ist die Zahlungsbereitschaft $V(t)$ der Kunden eine Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion $F_{V_t}(\cdot)$. Der Verkäufer akzeptiert den vorgeschlagenen Preis entweder oder lehnt ab. Im zweiten Szenario bietet der Verkäufer sein Produkt für einen festen Preis $p(t)$ an. Der Kunde kauft das Produkt, wenn sein *Nutzen* $U(p,t) = V(t) - p(t)$ positiv oder $V(t) \geq p(t)$ ist. Die erwartete Nachfrage in einer Periode t kann somit als Funktion des Preises dargestellt werden. Sei λ die Ankunftsrate der Kundschaft im Laden und $\bar{F}(p)$ die Verteilungsfunktion der

[2] Vgl. Kincaid/Darling (1963): 183–208.

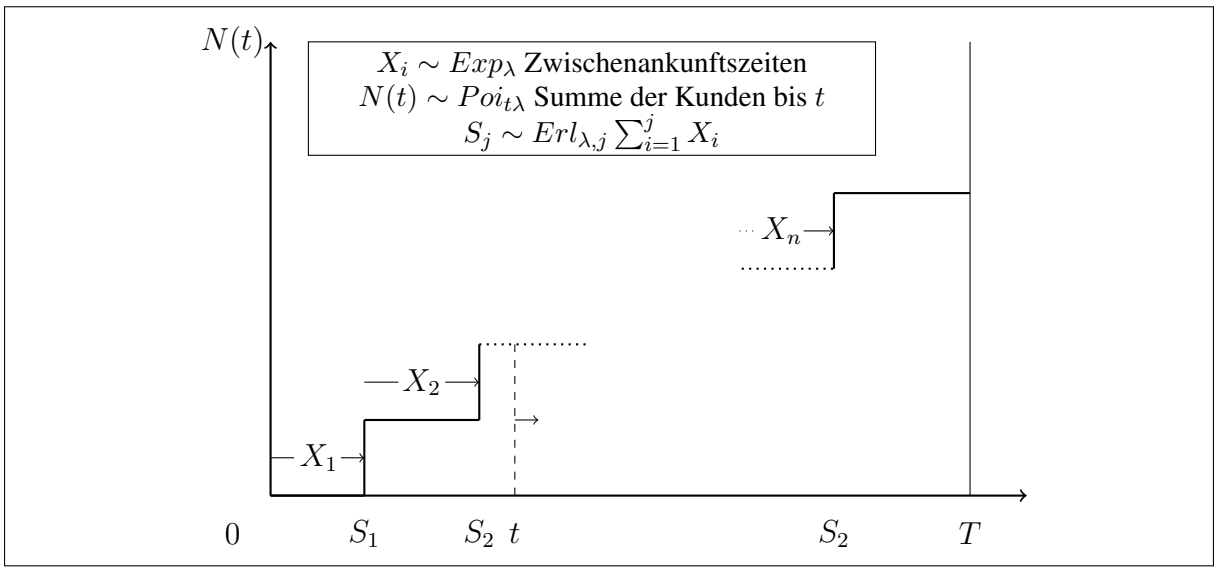

Abbildung 7.2: Skizzierung eines homogenen Poissonprozesses (Eigene Darstellung)

maximalen Zahlungsbereitschaft eines Kunden, dann ist die erwartete Nachfrage in t: $\lambda \bar{F}(p(t))$. Die Intensität kann also durch den Preis variiert werden. Für weitere Modelle die Poissonprozesse zur Modellierung nutzen nutzen, siehe Bitran/Mondschein (1997)[3] und Gallego/van Ryzin (1994)[4]. In Sektion (5.2.1) wird ein Modell, welches einen Poissonprozess zur Modellierung der Nachfrage unterstellt, im Detail analysiert.

[3] Vgl. Bitran/Mondschein (1997): 64–78.
[4] Vgl. Gallego/van Ryzin (1994): 999–1020.

7.5 Anhang E: Ergebnisse der Nachfrageprognose

Tabelle 7.5: Auswertung des dekompositorischen Nachfragealgorithmus aus Sektion (2.8).

Periode t	Jahr n	Periode m	Beobachtung $y_{n,m}$	glatte Komp. $ta_{n,m}$	Saisonale Komp. $si_{n,m}$
1	1	1	5	0.00	0.0000000
2	1	2	4	0.00	0.0000000
3	1	3	6	0.00	0.0000000
4	1	4	6	0.00	0.0000000
5	1	5	8	0.00	0.0000000
6	1	6	10	0.00	0.0000000
7	1	7	5	0.00	0.0000000
8	1	8	12	0.00	0.0000000
9	1	9	7	0.00	0.0000000
10	1	10	14	0.00	0.0000000
11	1	11	12	0.00	0.0000000
12	1	12	12	0.00	0.0000000
13	1	13	13	7.84	1.6581633
14	1	14	10	7.76	1.2886598
15	1	15	9	7.88	1.1421320
16	1	16	14	7.88	1.7766497
17	1	17	6	7.96	0.7537688
18	1	18	10	8.12	1.2315271
19	1	19	9	7.92	1.1363636
20	1	20	2	8.24	0.2427184
21	1	21	4	8.32	0.4807692
22	1	22	6	8.64	0.6944444
23	1	23	4	8.64	0.4629630
24	1	24	2	8.88	0.2252252
25	1	25	6	9.32	0.6437768
26	2	1	3	9.40	0.3191489
27	2	2	7	9.76	0.7172131
28	2	3	6	10.04	0.5976096
29	2	4	8	10.04	0.7968127
30	2	5	12	10.32	1.1627907
31	2	6	5	10.52	0.4752852
32	2	7	13	10.52	1.2357414
33	2	8	14	10.96	1.2773723
34	2	9	15	11.20	1.3392857
35	2	10	14	11.32	1.2367491
36	2	11	18	11.44	1.5734266
37	2	12	23	11.72	1.9624573
38	2	13	15	11.88	1.2626263
39	2	14	19	12.08	1.5728477
40	2	15	16	12.28	1.3029316
41	2	16	14	12.36	1.1326861
40	2	15	16	12.28	1.3029316
41	2	16	14	12.36	1.1326861

Periode t	Jahr n	Periode m	Beobachtung $y_{n,m}$	glatte Komp. $ta_{n,m}$	Saisonale Komp. $si_{n,m}$
42	2	17	13	12.36	1.0517799
43	2	18	15	12.36	1.2135922
44	2	19	9	12.68	0.7097792
45	2	20	13	12.76	1.0188088
46	2	21	10	12.76	0.7836991
47	2	22	9	12.84	0.7009346
48	2	23	7	12.84	0.5451713
49	2	24	9	12.92	0.6965944
50	2	25	10	12.92	0.7739938
51	3	1	8	13.16	0.6079027
52	3	2	12	13.08	0.9174312
53	3	3	8	13.00	0.6153846
54	3	4	8	13.12	0.6097561
55	3	5	12	13.12	0.9146341
56	3	6	13	13.24	0.9818731
57	3	7	15	13.28	1.1295181
58	3	8	14	13.24	1.0574018
59	3	9	17	13.32	1.2762763
60	3	10	14	13.40	1.0447761
61	3	11	20	13.68	1.4619883
62	3	12	23	13.68	1.6812865
63	3	13	21	13.68	1.5350877
64	3	14	17	13.84	1.2283237
65	3	15	14	13.88	1.0086455
66	3	16	17	13.96	1.2177650
67	3	17	13	13.92	0.9339080
68	3	18	18	14.00	1.2857143
69	3	19	10	14.08	0.7102273
70	3	20	12	14.04	0.8547009
71	3	21	12	14.20	0.8450704
72	3	22	11	14.28	0.7703081
73	3	23	14	14.32	0.9776536
74	3	24	9	14.40	0.6250000
75	3	25	10	14.48	0.6906077
76	4	1	12	14.52	0.8264463
77	4	2	13	14.48	0.8977901
78	4	3	10	14.52	0.6887052
79	4	4	7	14.60	0.4794521
80	4	5	14	14.72	0.9510870
81	4	6	15	14.76	1.0162602
82	4	7	14	14.84	0.9433962
83	4	8	18	14.84	1.2129380

Periode t	Jahr n	Periode m	Beobachtung $y_{n,m}$	glatte Komp. $ta_{n,m}$	Saisonale Komp. $si_{n,m}$
84	4	9	19	14.88	1.2768817
85	4	10	15	15.04	0.9973404
86	4	11	22	15.04	1.4627660
87	4	12	25	15.16	1.6490765
88	4	13	22	0.00	0.0000000
89	4	14	16	0.00	0.0000000
90	4	15	15	0.00	0.0000000
91	4	16	19	0.00	0.0000000
92	4	17	16	0.00	0.0000000
93	4	18	19	0.00	0.0000000
94	4	19	12	0.00	0.0000000
95	4	20	12	0.00	0.0000000
96	4	21	13	0.00	0.0000000
97	4	22	15	0.00	0.0000000
98	4	23	14	0.00	0.0000000
99	4	24	12	0.00	0.0000000
100	4	25	17	0.00	0.0000000

7.6 Anhang F: Graphical User Interface

Der Algorithmus des Thompson-Samplings und der Markdown-Algorithmus können mit beliebigen Beispielen in den Apps „Thompson.mlapp“ und „Markdownapp.mlapp“ ausgetestet werden. Für die Durchführung der Programme wird eine aktive MATLAB-Lizenz, sowie das Programm MATLAB benötigt.

7.6.1 thompson.mlapp

Das Programm „Thompson.mlapp“ erlaubt es dem Benutzer für eine beliebige Menge diskreter Preise Ω_p, sowie für eine beliebige Nachfragefunktion $D(p)$ sowie frei wählbaren Zeithorizonten T und Gesamtkapazität K den Thompson-Sampling-Algorithmus mit Kapazitätsrestriktionen durchzuführen. Das Programm errechnet den optimalen Erlös bei deterministischer Nachfrage und bekannten Nachfragewerten und führt eine Simulation der resultierenden Politik durch. Dazu wird der Thompson-Sampling Algorithmus mit Kapazitätsrestriktionen durchgeführt und die Ergebnisse mit denen der Simulation aus der optimalen deterministischen Politik verglichen. Das Ergebnis ist tabellarische festgehalten. Zusätzlich wird für die letzte durchgeführte Simulation die Dichtefunktion der Erlöse unter den verschiedenen Preisen geplottet. Bei der Auswahl des Nachfragerverhaltens kann zwischen einer Nachfragefunktion und diskreten Intensitäten ausgewählt werden. Bei Auswahl von „Nachfragefunktion“ wird eine Nachfragefunktion benötigt. Diese gilt für den gesamten Zeitraum $1, ..., T$. Wird „Diskrete Intensitäten“ ausgewählt, so muss bei der Eingabe des Preises zusätzlich ein Intensitätsparameter eingetragen werden, der die erwartete Nachfragemenge unter Verwendung des Preises beschreibt. Da die Simulation für 10 verschiedene Gesamtkapazitäten 10 Stichproben ausrechnet, kann die Berechnung etwas Zeit in Anspruch nehmen.

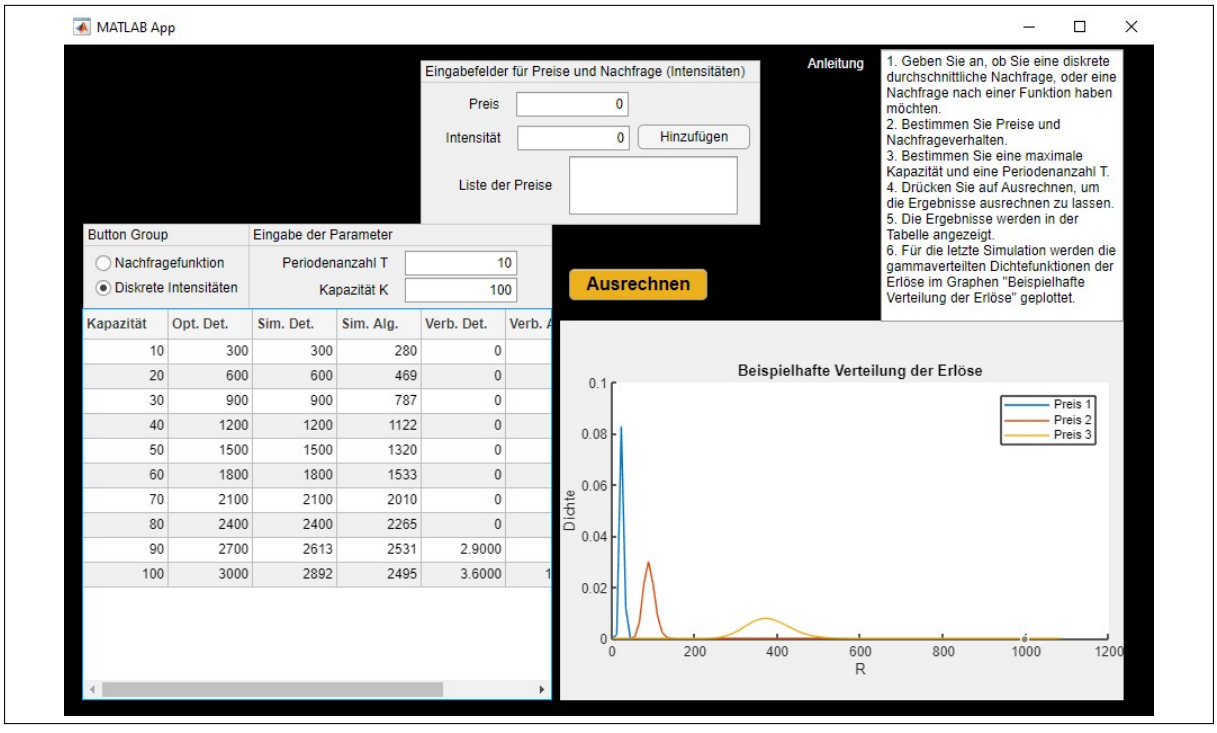

Abbildung 7.3: Screenshot der Thompson.mlapp (Eigene Darstellung)

7.6.2 MarkdownApp.mlapp

Das Programm „MarkdownApp.mlapp“ gibt dem Benutzer die Möglichkeit, für eine diskrete Menge an Preisen Ω_p und Nachfragefunktionen, welche im Zeitverlauf variieren, eine optimale Markdownpolitik zu berechnen. Die Anleitung hierfür befindet sich in der Benutzeroberfläche der App. Es wird sowohl das stochastische als auch das deterministische Problem für beliebige Instanzen ausgerechnet. Zusätzlich wird der optimale statische Preis berechnet sowie der erwartete Erlös unter dem Preis bei deterministischer Nachfrage. Dazu ist eine grafische Ausgabe der optimalen Preise in einer Periode $t \in \{1, ..., T\}$ als Funktion des Restbestandes erzeugt. Eine zusätzliche Funktion führt eine Simulation der Entwicklung des Restbestandes unter Anwendung der stochastischen Politik durch und gibt den erzielten Erlös in einem Textfelt aus.

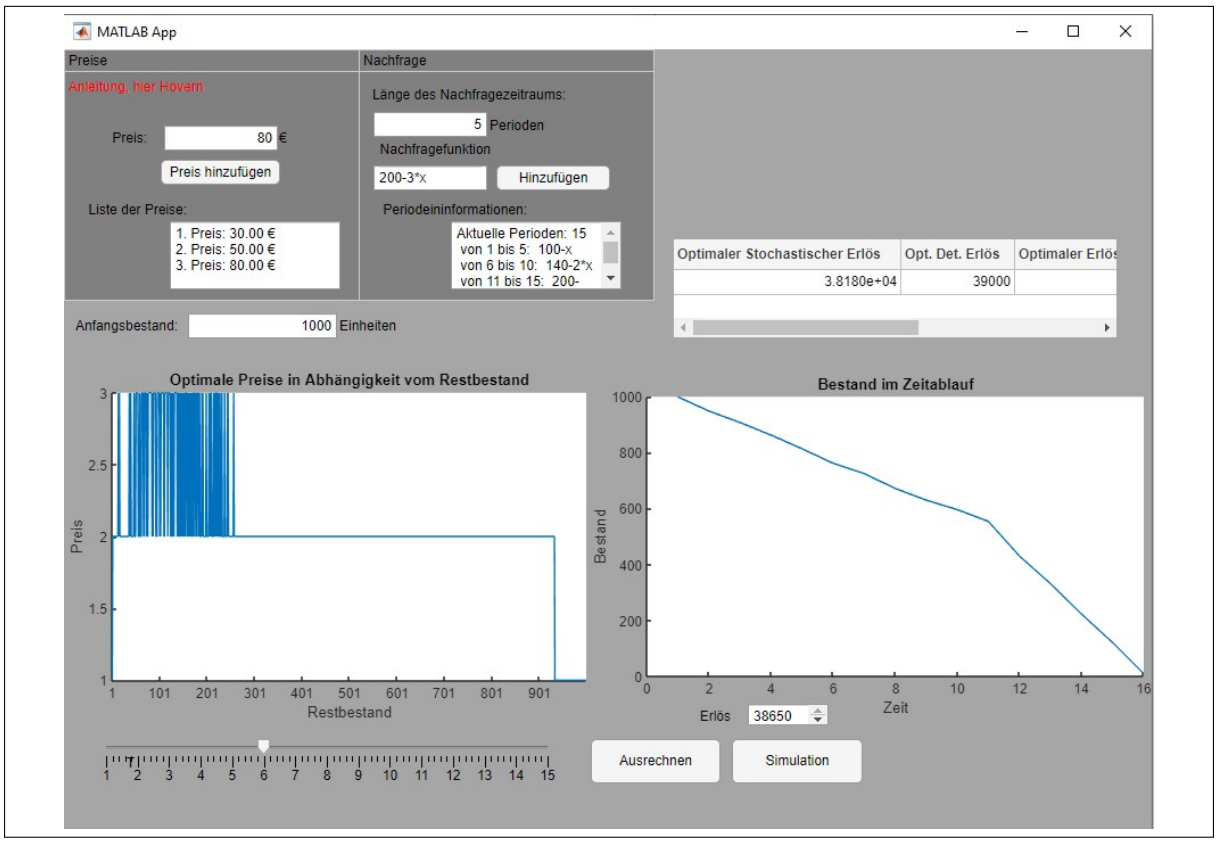

Abbildung 7.4: Screenshot der Markdown.mlapp (Eigene Darstellung)

Literaturverzeichnis

Ailawadi, *Kusum*/*Neslin*, *Scott* (1998): The Effect of Promotion on Consumption: Buying More and Consuming It Faster. In: Journal of marketing research, 35(3): 390–398.

Amazon (2021): Cloud-Speicher auf AWS. URL: https://aws.amazon.com/de/products/storage/ (Abruf am 14. 09. 2021).

Argentesi, *Elena*/*Ivaldi*, *Marc* (2007): »Market definition in printed media industries: theory, practice and lessons for broadcasting«. In: The economic regulation of broadcasting markets: evolving technology and the challenges for policy. Cambridge University Press.

Backhaus, *Klaus* et al. (2018): Multivariate Analysemethoden: Eine anwendungsorientierte Einführung. 15. Aufl. 2018. S. 497-545. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.

Baker, *Walter* et al. (2001): Getting prices right on the Web. In: The McKinsey quarterly.

Bellman, *Richard* (2010): Dynamic programming. 1. Princeton landmarks in math. ed. with an new introd. Dreyfus. Princeton landmarks in mathematics. Princeton, New Jersey: Princeton Univ. Press.

Belobaba, *Peter P.* (1987): Survey Paper—Airline Yield Management An Overview of Seat Inventory Control. In: Transportation Science, 21(2): 63–73.

– (1989): Application of a probabilistic decision model to airline seat inventory control. In: Operations research: 183–197.

Bemmaor, *Albert C*/*Mouchoux*, *Dominique* (1991): Measuring the Short-Term Effect of In-Store Promotion and Retail Advertising on Brand Sales: A Factorial Experiment. In: Journal of marketing research, 28(2): 202–.

Bertrand, *J* (1883): Théorie mathématique de la richesse sociale. In: Journal des Savants: 499.

Bitran, *Gabriel R*/*Mondschein*, *Susana V* (1997): Periodic Pricing of Seasonal Products in Retailing. In: Management science. Management Science 43(1): 64–79.

Blattberg, *Robert C*/*Fox*, *Edward J*/*Briesch*, *Richard* (1995): How Promotions Work. In: Marketing science (Providence, R.I.) Marketing Science 14(3): 122–132.

Bolton, *Ruth N* (1989): The Relationship Between Market Characteristics and Promotional Price Elasticities. In: Marketing science (Providence, R.I.) Marketing Science 8(2): 153–169.

Brémaud, *Pierre* (1981): Point processes and queues : martingale dynamics. Springer series in statistics. New York: Springer.

Chandon, *P*/*Wansink*, *B* (2002): When Are Stockpiled Products Consumed Faster? A Convenience-Salience Framework of Postpurchase Consumption Incidence and Quantity. In: Journal of marketing research, 39(3): 321–335.

Cohen, *Maxime C*/*Kalas*, *Jeremy J*/*Perakis*, *Georgia* (2021): Promotion Optimization for Multiple Items in Supermarkets. In: Management science, 67(4): 2340–2364.

Cohen, *Maxime C/Leung*, *Ngai-Hang Zachary* et al. (2017): The Impact of Linear Optimization on Promotion Planning. In: Operations research, 65(2): 446–468.

Cooper, *William L/Homem-de-Mello*, *Tito/Kleywegt*, *Anton J* (2015): Learning and Pricing with Models That Do Not Explicitly Incorporate Competition. In: Operations research, 63(1): 86–103.

Cournot, *Antoine Augustin* (1838): Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses. Paris: Hachette.

Cross, *Robert G.* (1998): Revenue management : hard core tactics for market domination. 1. trade paperback ed. New York: Broadway Books.

CSI Market (2021): Retail Sector Profitability. URL: https://csimarket.com/Industry/Industry_Profitability.php?s=1300 (Abruf am 01. 09. 2021).

Den Boer, *Arnoud V.* (Juni 2015): Dynamic pricing and learning: Historical origins, current research, and new directions. In: Surveys in Operations Research and Management Science, 20: 1–47.

Deng, *Shichang* et al. (März 2020): Perceived Severity of COVID-19 and Post-pandemic Consumption Willingness: The Roles of Boredom and Sensation-Seeking. In: URL: psyarxiv.com/ch72a.

Domschke, *Wolfgang* et al. (2015): Einführung in Operations Research. 9., überarbeitete und verbesserte Auflage. Lehrbuch. Berlin: Springer Gabler.

emarketing AG (2021): Dynamic Repricing für Ihren Webshop. URL: https://www.emarketing.com/de/repricing (Abruf am 14. 09. 2021).

Federgruen, *Awi/Groenevelt*, *Henri* (1986): The Greedy Procedure for Resource Allocation Problems: Necessary and Sufficient Conditions for Optimality. In: Operations research, 34(6): 909–918.

Feng, *Youyi/Gallego*, *Guillermo* (1995): Optimal Starting Times for End-of-Season Sales and Optimal Stopping Times for Promotional Fares. In: Management Science, 41(8): 1371–1392.

– (2000): Perishable Asset Revenue Management with Markovian Time Dependent Demand Intensities. In: Management Science, 46(7): 941.

Feng, *Youyi/Xiao*, *Baichun* (1999): Maximizing Revenues of Perishable Assets with a Risk Factor. In: Operations research, 47(2): 337–341.

– (2000a): A Continuous-Time Yield Management Model with Multiple Prices and Reversible Price Changes. In: Management Science, 46(5): 644.

– (2000b): Optimal Policies of Yield Management with multiple predetermined prices. In: Operations Research, 48(2): 332.

Fernandes, *Nuno* (2020): Economic Effects of Coronavirus Outbreak (COVID-19) on the World Economy. In: Working Paper, University of Navarra, IESE Business School; European Corporate Governance Institute (ECGI).

Ferreira, *Kris Johnson*/*Simchi-Levi*, *David*/*Wang*, *He* (2018): Online Network Revenue Management Using Thompson Sampling. In: Operations research, 66(6): 1586–1602.

Gallego, *Guillermo*/van *Ryzin*, *Garrett* (1994): Optimal Dynamic Pricing of Inventories with Stochastic Demand over Finite Horizons. In: Management science. Management Science 40(8): 999–1020.

– (1997): A Multiproduct Dynamic Pricing Problem and Its Applications to Network Yield Management. In: Operations research, 45(1): 24–41.

Ganti, *Ravi* et al. (2018): Thompson Sampling for Dynamic Pricing. In: Walmart Labs.

Geraghty, *M. K*/*Johnson*, *Ernest* (1997): Revenue Management Saves National Car Rental. In: Interfaces (Providence), 27(1): 107–127.

Glover, *Fred* et al. (1982): The Passenger-Mix Problem in the Scheduled Airlines. In: Interfaces (Providence), 12(3): 73–80.

Gode, *Solveig* (2021): Retail Sector Profitability. URL: https://www.businessinsider.de/wirtschaft/handel/aldi-testet-digitale-preisschilder-kunden-koennten-sparen-c/ (Abruf am 15. 09. 2021).

Gönsch, *Jochen*/*Klein*, *Robert*/*Steinhardt*, *Claudius* (2009): Dynamic Pricing — State-of-the-Art. In: Zeitschrift für Betriebswirtschaft Ergänzungsheft Öperations Research in der Betriebswirtschaft", 3: 1–40.

Granmo, *Ole-Christoffer* (2010): Solving two-armed Bernoulli bandit problems using a Bayesian learning automaton. In: International journal of intelligent computing and cybernetics, 3(2): 207–234.

Grewal, *Dhruv*/*Hardesty*, *David M*/*Iyer*, *Gopalkrishnan R* (2004): The effects of buyer identification and purchase timing on consumers' perceptions of trust, price fairness, and repurchase intentions. In: Journal of interactive marketing, 18(4): 87–100.

GS1 Germany (2021a): Der schnelle Weg zu EDI. URL: https://www.gs1-germany.de/gs1-standards/datenaustausch/webedi/ (Abruf am 14. 09. 2021).

– (2021b): Global Trade Item Number (GTIN). URL: https://www.gs1.org/standards/id-keys/gtin#:~:text=Global%20Trade%20Item%20Number%20(GTIN)%20can%20be%20used%20by%20a,point%20in%20the%20supply%20chain. (Abruf am 14. 09. 2021).

Gumbel, *E. J.* (1958): Statistics of Extremes. New York, NY: Columbia University Press.

Hamilton, *Rebecca* et al. (2019): The effects of scarcity on consumer decision journeys. In: Journal of the Academy of Marketing Science, 47(3): 532–550.

Hanks, *Richard D.*/*Cross*, *Robert G.*/*Noland*, *R. Paul* (2002): Discounting in the Hotel Industry: A New Approach. In: Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly, 43(4): 15–22.

Heching, *Aliza*/*Gallego*, *Guillermo*/van *Ryzin*, *Garrett* (2002): Mark-down pricing: An empirical analysis of policies and revenue potential at one apparel retailer. In: Journal of revenue and pricing management, 1(2): 139–160.

Hess, *James D*/*Gerstner*, *Eitan* (1987): Loss Leader Pricing and Rain Check Policy. In: Marketing science (Providence, R.I.) Marketing Science 6(4): 358–374.

Holt, *Charles C.* (2004): Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages. In: International Journal of Forecasting, 20(1): 5–10.

Huang Jian Leng Mingming, *Parlar Mahmut* (2013): Demand Functions in Decision Modeling: A Comprehensive Survey and Research Directions: Demand Functions in Decision Modeling. In: Decision sciences, 44(3): 557–609.

Ivanov, *Dmitry* (2020): Predicting the impacts of epidemic outbreaks on global supply chains: A simulation-based analysis on the coronavirus outbreak (COVID-19/SARS-CoV-2) case. In: Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 136: 101922.

Jenkins, *Darryl* (2002): Handbook of Airline Economics, Second Edition. Aviation Week.

Kalwani, *Manohar U*/*Yim*, *Chi Kin* (1992): Consumer Price and Promotion Expectations: An Experimental Study. In: Journal of marketing research, 29(1): 90–100.

Kamakura, *Wagner A*/*Russell*, *Gary J* (1989): A Probabilistic Choice Model for Market Segmentation and Elasticity Structure. In: Journal of marketing research, 26(4): 379–390.

Kehder, *Christiane* (2013): »3.2 Die Kreuzpreiselastizität der Nachfrage«. In: Konzepte und Methoden der Marktabgrenzung und ihre Anwendung auf zweiseitige Märkte. 1. Aufl. Nomos Verlagsgesellschaft mbH Co. KG: 90–91.

Kincaid, *W.M*/*Darling*, *D.A* (1963): An inventory pricing problem. In: Journal of mathematical analysis and applications, 7(2): 183–208.

Klein, *Robert* (2008): Revenue-Management : Grundlagen und mathematische Methoden. Springer-Lehrbuch. Berlin: Springer.

Krass, *Peter* (2001): The Book of Management Wisdom: Classic Writing by Legendary Managers. In: The Academy of Management Executive, 15(2): 138–.

Kumar, *V*/*Leone*, *Robert P* (1988): Measuring the Effect of Retail Store Promotions on Brand an. In: Journal of marketing research, 25(2): 178–.

Leibs, *Scott* (2000): Ford Heeds the Profits. In: CFO, 16(9): 33.

Littlewood, *Ken* (2005): Forecasting and control of passenger bookings. In: Journal of revenue and pricing management, 4(2): 111–.

Luce, *R.Duncan*/*Tukey*, *John W* (1964): Simultaneous conjoint measurement: A new type of fundamental measurement. In: Journal of mathematical psychology, 1(1): 1–27.

Macé, *Sandrine*/*Neslin*, *Scott A* (2004): The Determinants of Pre- and Postpromotion Dips in Sales of Frequently Purchased Goods. In: Journal of marketing research, 41(3): 339–350.

Morrison, *Steven* (1986): The economic effects of airline deregulation. Washington, D.C.

Nielsen (2020): COVID-19: The unexpected catalyst for tech adoption. Abruf am 05.08.2021. URL: https://nielseniq.com/global/en/insights/analysis/2020/covid-19-the-unexpected-catalyst-for-tech-adoption/ (Abruf am 24. 08. 2021).

Pantano, *Eleonora* et al. (Mai 2020): Competing during a pandemic? Retailers' ups and downs during the COVID-19 outbreak. In: Journal of Business Research, 116.

Pashigian, *B. Peter* (1988): Demand Uncertainty and Sales: A Study of Fashion and Markdown Pricing. In: The American economic review, 78(5): 936–953.

Pashigian, *B. Peter*/*Bowen*, *Brian* (1991): Why Are Products Sold on Sale?: Explanations of Pricing Regularities. In: The Quarterly journal of economics, 106(4): 1015–1038.

Phillips, *Robert L.* (2005): Pricing and revenue optimization. Stanford business books. Stanford, Calif: Stanford Univ. Press.

Powell, *Warren B.* (2011): Approximate dynamic programming : solving the curses of dimensionality. 2. ed. Wiley series in probability and statistics. Hoboken, NJ: Wiley.

Raju, *Jagmohan S* (1992): The Effect of Price Promotions on Variability in Product Category Sales. In: Marketing science (Providence, R.I.) Marketing Science 11(3): 207–220.

Reactev (2021): Dynamic Pricing für Einzelhändler im Umbruch. URL: https://www.reactev.com/de (Abruf am 14. 09. 2021).

Rothstein, *Marvin* (1974): Hotel Overbooking as a markovian sequential. In: Decision sciences, 5(3): 389–404.

Russo, *Daniel J.* et al. (Juli 2018): A Tutorial on Thompson Sampling. In: Found. Trends Mach. Learn., 11(1): 1–96.

Seiler, *Stephan* (2013): The impact of search costs on consumer behavior: A dynamic approach. In: Quantitative marketing and economics, 11(2): 155–203.

Smith, *Barry C*/*Leimkuhler*, *John F*/*Darrow*, *Ross M* (1992): Yield Management at American Airlines. In: Interfaces (Providence), 22(1): 8–31.

Soysal, *Gonca*/*Krishnamurthi*, *Lakshman* (2012): Demand Dynamics in the Seasonal Goods Industry: An Empirical Analysis. In: Marketing science (Providence, R.I.), 31(2): 293–316.

Stamatopoulos, *Ioannis*/*Bassamboo*, *Achal*/*Moreno*, *Antonio* (2021): The Effects of Menu Costs on Retail Performance: Evidence from Adoption of the Electronic Shelf Label Technology. In: Management science, 67(1): 242–256.

Statistisches Bundesamt Deutschland (2021): Umsatz im Einzelhandel real. URL: https://www.destatis.de/DE/Themen/Wirtschaft/Konjunkturindikatoren/Einzelhandel/hug230.html (Abruf am 01. 09. 2021).

Talluri, *Kalyan*/van *Ryzin*, *Garrett* (2004a): Revenue Management Under a General Discrete Choice Model of Consumer Behavior. In: Management science. Management Science 50(1): 15–33.

– (2004b): The theory and practice of revenue management. International series in operations research and management science 68. New York, NY: Springer.

Thompson, *William R.* (1933): On the Likelihood that One Unknown Probability Exceeds Another in View of the Evidence of Two Samples. In: Biometrika, 25(3/4): 285–294.

Train, *Kenneth* (2003): Discrete choice methods with simulation. Cambridge [u.a.

Winters, *Peter R.* (1960): Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages. In: Management Science, 6(3): 324–342.

Woodside, *Arch*/*Waddle*, *G.L.* (Jan. 1975): Sales effects of in-store advertising. In: Journal of Advertising Research, 15: 29–33.

Yao, *Xiaodong*/*Sanl*, *Tugrul*/*Gulcu*, *Altan* (2015): Markdown optimization for multiple products with a common markdown budget constraint. In: Journal of revenue and pricing management, 14(6): 445–450.

Zhao, *Nenggui* et al. (2019): Dynamic pricing with reference price effect and price-matching policy in the presence of strategic consumers. In: Journal of the Operational Research Society, 70(12): 2069–2083.

Eidesstattliche Erklärung

Ich, Kai Winheller, wohnsässig auf der Anton-Heinen Str. 10, Matr.-Nr.: 3004452,

versichere an Eides Statt durch meine Unterschrift, dass ich die vorstehende Arbeit selbständig und ohne unzulässige fremde Hilfe erbracht habe. Die Strafbarkeit einer falschen eidesstattlichen Versicherung ist mir bekannt, namentlich die Strafandrohung gemäß § 156 StGB bis zu drei Jahren Freiheitsstrafe oder Geldstrafe bei vorsätzlicher Begehung der Tat bzw. gemäß § 161 Abs.1 StGB bis zu einem Jahr Freiheitsstrafe oder Geldstrafe bei fahrlässiger Begehung.

Ort/Datum/Unterschrift: _____